



MODELO DE FORMAÇÃO DE ESTOQUE CORPORATIVO DE MATERIAIS MRO
PARA AS REFINARIAS BRASILEIRAS POR MEIO DE DATA ENVELOPMENT
ANALYSIS COM FRONTEIRA SUAVIZADA POR CÁLCULO VARIACIONAL

Estêvão Ferreira Sêco de Alvarenga

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Produção, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientadores: Marcos Pereira Estellita Lins
Luiz Amâncio M. Souza Jr.

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2014

MODELO DE FORMAÇÃO DE ESTOQUE CORPORATIVO DE MATERIAIS MRO
PARA AS REFINARIAS BRASILEIRAS POR MEIO DE DATA ENVELOPMENT
ANALYSIS COM FRONTEIRA SUAVIZADA POR CÁLCULO VARIACIONAL

Estêvão Ferreira Sêco de Alvarenga

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO.

Examinada por:

Dr. Marcos Pereira Estellita Lins

Dr. Luiz Amâncio Machado de Souza Junior

Dr. Virgílio José Martins Ferreira Filho

Dr. Horacio Hideki Yanasse

Dr. Nelson Maculan Filho

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

FEVEREIRO DE 2014

Alvarenga, Estêvão Ferreira Sêco de

Modelo de Formação de Estoque Corporativo de Materiais MRO para as Refinarias Brasileiras por meio de Data Envelopment Analysis com Fronteira Suavizada por Cálculo Variacional / Estêvão Ferreira Sêco de Alvarenga.

– Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2014.

51 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Marcos Pereira Estellita Lins e Luiz Amâncio M. Souza Jr.

Dissertação (Mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia de Produção, 2014.

Referências Bibliográficas: p. 49-51.

1. Data Envelopment Analysis 2. Suprimento Itens MRO 3. Cálculo Variacional

Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia de Produção.

Agradecimentos

Aos meus orientadores, Marcos Pereira Estellita Lins e Luiz Amâncio M. Souza Jr., pelo estímulo, motivação e ajuda para a realização deste trabalho.

Aos meus colegas do Mestrado e da Petrobras, que permitiram a rica troca de experiências e conhecimentos profissionais.

Ao meu gerente Antônio Alves Salgado e à Petrobras que me cederam o tempo e ambiente necessários à conclusão das pesquisas.

Aos meus familiares e à minha companheira de vida Camila Barbeito Voto, pela amizade, paciência e compreensão.

A todos os professores e funcionários da UFRJ e UFSCar pelos ensinamentos.

Aos professores que participaram da Comissão Examinadora.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MODELO DE FORMAÇÃO DE ESTOQUE CORPORATIVO DE MATERIAIS MRO
PARA AS REFINARIAS BRASILEIRAS POR MEIO DE DATA ENVELOPMENT
ANALYSIS COM FRONTEIRA SUAVIZADA POR CÁLCULO VARIACIONAL

Estêvão Ferreira Sêco de Alvarenga

Fevereiro de 2014

Orientadores: Marcos Pereira Estellita Lins

Luiz Amâncio Machado de Souza Jr.

Programa: Engenharia de Produção

Com o objetivo de reduzir o valor imobilizado em estoques, sem comprometer a confiabilidade das unidades operacionais das refinarias brasileiras, este trabalho desenvolve um modelo de seleção de materiais de manutenção, reparo e operação de alto valor para a formação de um estoque gerido corporativamente. O problema foi mapeado por meio do Soft Systems Methodology (SSM) e os materiais intercambiáveis entre as refinarias foram analisados por meio do Data Envelopment Analysis (DEA). O DEA foi escolhido por possuir características que o tornam adequado a este tipo de análise: fornecer uma base matemática para a identificação de trade-offs entre as características dos materiais, estabelecendo pesos a serem utilizados na composição da sua eficiência em relação aos demais. A fronteira de eficiência DEA foi suavizada por meio do Cálculo Variacional para a determinação de uma equação a ser utilizada para o cálculo da eficiência radial, utilizada para a seleção de novos materiais a serem compartilhados entre as refinarias. Para a primeira onda da implementação, está prevista uma redução de USD 1,5 milhões do valor imobilizado em estoque (26%) para os itens selecionados.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

SHARED INVENTORY SPARE PARTS SELECTION MODEL FOR BRAZILIAN
REFINERIES THROUGH SMOOTHED DATA ENVELOPMENT ANALISYS
FRONTIER AND CALCULUS OF VARIATIONS

Estêvão Ferreira Sêco de Alvarenga

February/2014

Advisors: Marcos Pereira Estellita Lins

Luiz Amâncio Machado de Souza Jr.

Department: Production Engineering

Aiming the reduction of inventory value, without compromising Brazilian refineries operating units' reliability, this paper develops a spare parts selection model for a corporately shared inventory. The problem was mapped through Soft Systems Methodology (SSM) and the high valued interchangeable spare parts were analyzed through Data Envelopment Analysis (DEA). The DEA was chosen because of its suitability for this type of analysis, providing a mathematical basis for the identification of trade-offs between materials characteristics and establishing weights to be used in the efficiency indicators. The DEA efficiency frontier was smoothed through the Calculus of Variations creating a radial efficiency equation, to be used for the selection of new spare parts to be shared among the refineries. For the first wave of implementation, it is expected a reduction of USD 1.5 million worth of assets in stock (26%) for the selected items.

Sumário

1. Introdução ao Problema.....	1
2. Objetivos.....	2
3. Revisão Bibliográfica	2
3.1 A Logística e a Cadeia de Suprimentos.....	2
3.2 A Cadeia de Suprimentos em Empresas de Petróleo.....	4
3.3 Estoques de Materiais MRO.....	5
3.4 Estoques Compartilhados	6
3.5 Soft Systems Metodology (SSM).....	9
3.6 Data Envelopment Analysis (DEA)	10
3.6.1 O Procedimento de Implementação de DEA.....	11
3.6.2 A Modelagem Matemática do DEA	12
3.6.3 A Eficiência de Russell	15
3.7 Modelo de Suavização.....	17
3.7.1 O Cálculo Variacional e a Equação de Euler-Lagrange.....	18
3.7.2 O Problema da Determinação da Superfície Mínima.....	21
3.7.3 A Suavização da Fronteira DEA	22
4. Descrição Detalhada do Cenário	24
4.1 O Refino da Petrobras	25
4.2 Modelagem por Soft Systems Methodology (SSM)	26
4.2.1 O Mapeamento Inicial (<i>Rich Picture</i>)	26
4.2.2 PQR, Definição-Raiz e CATWOE.....	28
4.2.3 Modelos Conceituais	31
4.3 O Processo de Gestão do Estoque Corporativo do Refino (ECR).....	33
5. Modelagem e Implementação do DEA	35
5.1 Identificação dos Critérios e Levantamento de Dados	35
5.2 DEA Clássico e a Eficiência Radial Clássica (EfC).....	37
5.3 Eficiência Não-Radial de Russel (EfR).....	38
5.4 Suavização da Fronteira DEA	41
5.5 Cálculo da Eficiência DEA Suavizada (EfS)	43
5.6 Comparação entre as Eficiências: Clássica, Russel e Suavizada.....	44
5.7 Validação do Modelo.....	45
6. Conclusão	47
7. Referências	49

1. Introdução ao Problema

Um dos elos da grande cadeia de produção e fornecimento de derivados de petróleo é o suprimento de bens para manutenção, reparo e operação (MRO) das instalações industriais, para garantir a confiabilidade dos equipamentos, atendimento à demanda do mercado consumidor e lucratividade para os investidores. Para que esses objetivos sejam atingidos é necessário ter um eficiente processo logístico, de forma a definir uma estratégia de aquisição de materiais e identificar itens que demandam disponibilidade imediata em estoque nas unidades de produção. Uma das alternativas utilizadas para garantir essa disponibilidade, minimizando o impacto nos custos das organizações, é a manutenção de estoques compartilhados para materiais intercambiáveis.

Estoques compartilhados para itens MRO são amplamente utilizados na indústria automobilística europeia, inclusive com empresas terceiras operacionalizando o intercâmbio de peças entre centenas de organizações, em dezenas de países diferentes. Na literatura existem também abordagens propostas para outras indústrias, dentre as quais a indústria de aviação, que compartilha uma importante similaridade com a indústria de petróleo: o alto valor de seus estoques MRO. Esses materiais, estrategicamente necessários, seja por quesitos de segurança ou continuidade operacional, representam grandes valores imobilizados do capital empresarial e, em situações normais, tendem a possuir baixíssima rotatividade. Segundo Wanke (2005), os estratégicos de baixa rotatividade, em função do seu perfil de consumo, apresentam algumas características ímpares que dificultam seu planejamento: alto valor de aquisição, baixo giro de estoque, longos tempos de resposta e histórico de demanda não aderente à distribuição normal.

Atualmente, a atividade de refino na Petróleo Brasileiro S.A. (Petrobras) possui unidades de operação distribuídas por todas as regiões brasileiras, exceto centro-oeste, além de um estoque de segurança centralizado para alguns itens MRO de alta rotatividade. Esse estoque centralizado funciona como um pulmão entre os fornecedores e as refinarias, não eliminando a necessidade de existência de estoques locais, com parâmetros de ressuprimento definidos. Esse desenho, apesar de gerar alto nível de serviço, onera o capital imobilizado e é adequado apenas para itens de alta rotatividade e baixo valor unitário, não sendo válido para os estratégicos de consumo raro.

2. Objetivos

Com o objetivo de reduzir o valor imobilizado em estoques, sem reduzir a confiabilidade das unidades operacionais das refinarias brasileiras, o presente trabalho visa definir um modelo robusto para a seleção de itens para a formação de estoques compartilhados de materiais MRO, bem como analisar os problemas relacionados com esse tipo de estratégia visando reduzir os possíveis impactos para o Refino da Petrobras.

Para definir esse modelo, o estudo se divide em uma fase qualitativa e outra quantitativa, sendo ambas validadas pelos especialistas em gestão da demanda de bens do Refino da Petrobras. A fase qualitativa utiliza mapas conceituais baseados em *Soft Systems Methodology* (SSM) para identificar as relações entre os envolvidos no problema. Já na fase quantitativa do estudo, a aplicação do *Data Envelopment Analysis* (DEA) para a identificação da fronteira de produtividade e a sua suavização por meio do Cálculo Variacional são utilizados para a criação de uma regra de seleção de itens a serem compartilhados.

3. Revisão Bibliográfica

3.1 A Logística e a Cadeia de Suprimentos

A logística é a gestão do fluxo de mercadorias entre um ponto inicial e um destino, para atender as expectativas dos clientes dessa indústria. A Logística envolve: integração de informações, transporte, estoque, armazenagem, manuseio de materiais, embalagens e segurança. Mais amplo que essa definição existe ainda a Gestão da Cadeia de Suprimento (*Supply Chain Management*, ou apenas SCM), que é o gerenciamento de uma rede de entidades relacionadas envolvidas na entrega de um produto ou serviço ao cliente.

Segundo o Dicionário APCIS (*Association for Operations Management*) o SCM é o "projeto, planejamento, execução, controle e monitoramento das atividades da cadeia de suprimento com o objetivo de criar valor real, construir infraestrutura competitiva, alavancar a logística mundial, sincronizar o fornecimento com a demanda (...)". Já, de acordo com o Conselho de Profissionais de *Supply Chain Management* (CSCMP), gestão da cadeia de suprimentos engloba o planejamento e a gestão de todas as atividades envolvidas no fornecimento, aquisição, conversão, e gestão logística. Ele

também inclui os componentes cruciais de coordenação e colaboração com parceiros de canal, que podem ser fornecedores, intermediários, prestadores de serviços de terceiros ou clientes.

Segundo Ballou (2001), a logística é um conjunto de atividades repetidas ao longo de todo o canal de suprimentos, através do qual as matérias-primas são convertidas em produtos finais. As organizações não estão habilitadas a controlar o fluxo de todos os materiais que compõem seus produtos finais, por mais que exerçam estratégias de integração horizontal nessa cadeia. Portanto o escopo da atividade logística, no âmbito de uma empresa, é sempre estreito. Normalmente, o máximo controle gerencial que pode ser esperado está sobre o suprimento físico imediato e sobre os canais de distribuição.

Shapiro (2009) cita que a cadeia de suprimentos é formada por instalações dispersas geograficamente, onde matérias-primas, produtos intermediários e produtos finais são transacionados, transformados, armazenados e vendidos, e os elos de transporte que conectam essas instalações de forma integrada ao fluxo de produtos e informações. Essas instalações podem ser classificadas como fábricas (onde a transformação ocorre), depósitos, clientes ou fornecedores.

Embora os dois termos tenham interpretações diferenciadas, nesse trabalho será considerada a Gestão da Cadeia de Suprimentos como a ciência aplicada que trata desses assuntos e que evoluiu desde a inicial necessidade de entrega de produtos já comprados até o atual atendimento às necessidades da cadeia de abastecimento global crescente, incluindo bens e serviços necessários para a manutenção da própria logística. Essa complexidade cria a necessidade de modelagens, estudos científicos e avaliação de viabilidade de investimentos e, por esse motivo, foram criados nas organizações os departamentos e gerências relacionadas a essa etapa do processo. Segundo Sarimveis (2008), essa gestão, quando executada de maneira eficiente, permite a redução dos custos de produção, de armazenagem e de transporte, bem como o aumento do nível de serviço permeando todos os estágios envolvidos na cadeia.

Min & Zhou (2002) dividem a cadeia de suprimento em dois processos de negócios principais: a distribuição física (“saída”) e a gestão de materiais (“entrada”). Enquanto a distribuição física concentra todas as funções da logística que acontecem depois da produção até o próximo cliente na cadeia logística, a gestão de materiais se

preocupa com a aquisição, disponibilidade e armazenamento de matéria prima, peças e insumos. De forma mais detalhada, esse último processo suporta todo o ciclo de vida dos materiais, desde a sua aquisição até o gerenciamento de sua demanda interna e o planejamento e controle de seu consumo, e é a essa etapa da gestão da cadeia de suprimentos que o presente trabalho se dedica.

3.2 A Cadeia de Suprimentos em Empresas de Petróleo

Nos últimos vinte anos, a indústria química global tem experimentado um dos piores momentos econômicos de sua história. Para sobreviver a esse longo declínio econômico, muitas organizações se voltaram para a reconfiguração de suas cadeias de suprimento e operações. Entretanto, essas transformações estruturais, junto ao atual ambiente e desenvolvimento comercial e social, trouxeram novas questões a serem investigadas pela indústria. Dentre elas, o maior nível de regulação e segurança que hoje são exigidos pelas autoridades nacionais gera a necessidade de investimento e manutenção de sistemas de emergência, além de políticas mais custosas para a operação das plantas (Oh, 2008).

Ainda segundo o mesmo autor, a cadeia de suprimento da indústria química, dentro da qual estão inseridas as empresas de petróleo, possui diversas características que tornam a sua logística diferenciada em relação às demais indústrias. Dentre essas características destaca-se a necessidade de alta produtividade das plantas e de sistemas de segurança que garantam a continuidade operacional e protejam a saúde dos trabalhadores e o meio ambiente no qual a indústria está localizada. A compreensão desses atributos é necessária para a adequada formulação e execução de estratégias que visam à gestão da cadeia de suprimento de forma eficiente e eficaz.

Manuhoro (2005), que estudou o problema do planejamento de material para interligação de poços de petróleo na Indonésia, cita que existe uma grande dificuldade associada ao planejamento de materiais para a indústria do petróleo. Essa dificuldade ocorre devido à interação entre três fatores: a grande diversidade de materiais necessários (com características únicas requeridas pela indústria de petróleo), a dificuldade de determinação das quantidades exatas necessárias e as modificações de projeto ocorridas nas plantas depois do início da operação.

A previsão de consumo e a precisão do planejamento também são fortemente influenciadas por fatores externos incluindo o aquecimento do mercado, disponibilidade

de matéria prima e produtos acabados, demandas concorrentes, replanejamento de obras na indústria, etc. Essas características têm influência direta no atendimento aos pedidos colocados, o que gera grande imprecisão na disponibilidade de materiais em estoque, tornando-se estritamente necessária a manutenção de estoques de segurança de peças estratégicas (incluindo entre elas as peças de reposição) para garantir a continuidade das operações na indústria.

3.3 Estoques de Materiais MRO

Segundo Kennedy *et al.* (2001), estoques de peças de reposição (MRO – Manutenção, Reparo e Operação) diferem de outros estoques de manufatura em diversas formas, principalmente em sua função. Estoques intermediários (WIP – *work-in-process*) e estoques de produtos acabados existem para acomodar as curvas de demanda e produção das indústrias, diminuindo o impacto das irregularidades de demanda, falhas de equipamentos e fornecimento de matérias primas. A função dos estoques de peças de reposição, entretanto, é permitir a manutenção dos equipamentos para garantir o funcionamento adequado e a continuidade operacional. Dessas diferentes funções emergem certas condições especiais:

- (i) Políticas de manutenção, e não a demanda de mercado, ditam a necessidade;
- (ii) A decisão de reparar ou substituir uma peça, bem como a existência de redundância e intercambiabilidade entre equipamentos, têm impacto direto na definição de parâmetros de estoque;
- (iii) As falhas de peças de um mesmo equipamento são, em alguns casos, dependentes;
- (iv) A demanda pode ser esporádica, o que torna a previsão muito difícil;
- (v) O nível de serviço requerido é alto, já que o efeito da falta de disponibilidade da peça é financeiramente elevado e;
- (vi) Os preços individuais dos itens são, normalmente, altos.

Segundo Ghobbar (2003), a previsão de demanda de peças de reposição é uma das questões mais importantes na gestão de estoques. Essas previsões, que requerem alto nível de precisão, são a base do planejamento eficiente dos níveis de estoque e, provavelmente, o maior desafio dos processos de reparos industriais. Esse desafio existe

devido à natureza do padrão de consumo desses materiais, cuja frequência intermitente produz uma série de valores aleatórios, que ocorrem em intervalos também aleatórios, criando uma série de períodos em que o consumo considerado para os cálculos de previsão é igual a zero e algumas raras ocorrências de consumo em quantidades diversas (Porrás, 2008).

Dentre as áreas acadêmicas relevantes para esse estudo destacam-se: manutenção, confiabilidade, programação de produção, gestão de estoques, cadeia de suprimento e gestão estratégica. No entanto, existem poucas publicações acerca do tema específico e ele é normalmente incluído na teoria de gestão de estoques tradicional, como um tópico de gestão de itens com características especiais, utilizando abordagens que podem ser inadequadas a esse tipo de demanda (Huiskonen, 2001). Apesar da pouca abordagem teórica, as indústrias que dependem fortemente de equipamentos (aviação, telecomunicação, energia nuclear, petróleo, petroquímica, entre outras) requerem grandes quantidades de peças com essas características para a manutenção de seu parque industrial (Wong *et al.*, 2007). A título de exemplo, Kennedy *et al.* (2001) apresenta uma estimativa de que a indústria de aviação armazena em peças o valor equivalente a US\$ 45 bilhões para manutenção de seus aviões. Com características tão críticas, é natural que a atividade de suprimento dedique grande atenção a esses itens.

Huiskonen (2001) cita ainda que, no caso de peças com demandas muito baixas e valores elevados (objeto de estudo do presente trabalho), uma estratégia factível é a estocagem compartilhada com gestão cooperada entre unidades que utilizam o mesmo grupo de materiais. Nesse modelo as demandas esporádicas individuais são consolidadas em uma curva de consumo mais suave. É importante destacar que para esse modelo funcionar adequadamente, é necessário o compartilhamento de informações de forma ágil entre os envolvidos. A inclusão de compartilhamento de estoques aumenta a complexidade do processo e torna as decisões de níveis de estoque mais demandantes, embora esse fato seja compensado pelo aperfeiçoamento dos níveis de serviço e pela redução do nível de estoque necessário em todo o sistema (Kutanoglu e Mahajan, 2009).

3.4 Estoques Compartilhados

O compartilhamento de estoques entre empresas é considerado uma estratégia eficaz para garantir simultaneamente o aumento da performance logística das

companhias e a redução do seu custo total. Quando aplicáveis, as transferências de materiais de manutenção são utilizadas para satisfazer as necessidades das empresas por meio de estoques excedentes de outras organizações. Atualmente existem *pools* de estoque extraempresariais (entre empresas diferentes e, normalmente, de um mesmo segmento) e intraempresariais (para organizações que possuem grande quantidade de parques industriais com peças intercambiáveis). A criação desses *pools* de estoque é, atualmente, viabilizada por meio da internet de alta velocidade (que permite o rápido compartilhamento de informações) e de custos e prazos reduzidos de transporte, advindos da modernização e ganhos de escala dos sistemas logísticos atuais (Wong *et al.*, 2007).

Em um artigo anterior o mesmo autor afirma que, normalmente, as análises são para peças individuais, com foco em avaliar se o compartilhamento de um determinado item permite redução dos custos totais dos sistemas dos quais ele é sobressalente (Wong *et al.*, 2005). Esse autor se apoia num estudo mais antigo (Archibald *et al.*, 1997) que considera estoques multi-item para matérias primas e peças de manutenção, com duas localidades e revisão periódica dos itens participantes. Esse estudo apresenta uma política de revisão contínua de estoques compartilhados para todos os itens MRO de uma companhia (ou grupo de empresas parceiras), que minimize o custo total, sujeito a restrições de tempo máximo de atendimento da demanda.

Em um estudo aprofundado do tema de centralização de estoques Wanke e Saliby (2009) indicam que a ideia básica do compartilhamento de estoques considera que as quantidades armazenadas necessárias aumentam à medida que o desvio-padrão da demanda ou do tempo de fornecimento (*lead time*) aumenta e que, como resultado, as empresas podem reduzir essa variação inerente às características de consumo dos materiais por meio do seu compartilhamento. As economias estatísticas que surgem do agrupamento das incertezas podem ser atingidas de diversas formas: o compartilhamento descentralizado por transferências laterais entre as unidades que utilizam o material (*regular transshipments*) ou a centralização de estoques, permitindo o agrupamento da demanda, que deve ter como localização preferencial a unidade com menor desvio-padrão do *lead time* do material.

Nesse estudo os autores apontam, por meio da *square-root law*, que a economia em estoque no cenário de compartilhamento de n estoques acontece uma vez que o estoque de ciclo (quantidade de material com previsão de utilização dentro do *lead time*

de uma nova remessa) é proporcional à raiz-quadrada da soma dos quadrados dos desvios-padrão (1):

<i>Square-root law</i> para n locais de consumo independentes	(1)
$\sigma_c = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}$	(1.1)
Ou seja: $\sigma_c < \sum_{i=1}^n \sigma_i$ para $n \geq 2$	(1.2)

Para validação da conclusão citada, os autores realizaram simulações considerando dez mil cenários diversos (diferentes demandas médias e seus desvios-padrão, *lead times* médios e seus desvios-padrão, correlação entre demandas, custos de distribuição e custos de armazenamento). Nesses cenários foram avaliadas três abordagens de estoque: centralização, *regular transshipments* e estoques independentes. Em 577 desses, os estoques independentes conduziram a menores custos. Em outros 316, os custos totais foram mínimos quando implementado o *regular transshipment*. Entretanto, para todos os outros casos (mais de 90% dos cenários), os custos mínimos foram alcançados por meio da centralização de estoques.

Os autores destacam a grande influência dos custos unitários dos materiais na decisão de centralizar ou não, ou seja, materiais de alto valor devem ser mantidos centralizados e os demais descentralizados. Mais precisamente, à medida que o custo de estocagem diminui, deve-se passar de centralização total para descentralização total e, em seguida, para o *regular transshipments*, onde todos os locais servem à demanda consolidada de todos os outros. Outra conclusão importante é que itens de curto ciclo de vida, como eletrônicos, e itens de demanda rara, como as peças de reposição, devem ser mantidos centralizados, já que seus custos de estocagem tendem a ser mais altos (considerando valor de aquisição, taxa de atratividade da organização, obsolescência e deterioração) quando comparados com peças comuns e seus processos de aquisição mais complexos e arriscados.

Analisando esse mesmo cenário, Kang e Kim (2012) discorrem que, uma vez que o estoque de segurança é definido para ser proporcional ao desvio-padrão da demanda, ele pode ser reduzido caso a variação dessa demanda seja reduzida. Adicionalmente, já que se assume que as demandas em diferentes pontos são independentes, a variância da soma das demandas é sempre menor que a soma das variâncias. Como resultado, o estoque de segurança necessário para a demanda agregada é menor que a soma dos estoques de segurança das demandas individuais.

Portanto, para reduzir custos de operação dos armazéns devem-se utilizar estratégias de redução de variabilidade de demanda por meio da agregação das mesmas.

Segundo Wong *et al.* (2007), apesar de todos os benefícios desse modelo de compartilhamento de estoques, um grande problema enfrentado por esses *pools* é a alocação de custos, ou seja, como distribuir de forma justa o custo total do sistema implementado entre todos os membros. Claramente é necessária uma política de custos avançada, de forma que a participação de todos os membros seja viável, individualmente. Pontualmente, no caso do presente estudo, essa alocação de custos não será analisada, já que o orçamento das diversas refinarias da Petrobras é uma parcela do orçamento total de uma única companhia.

Analisando como abordar o problema de suprimento de peças de manutenção, Huiskonen (2001) detalha que, tradicionalmente, os clientes (usuários das peças) e os responsáveis pelo suprimento possuem visões muito diferentes do sistema logístico. Entretanto, para seu funcionamento adequado, é imprescindível o planejamento colaborativo entre essas partes. Portanto, segundo esse autor, utilizar uma metodologia que seja capaz de estruturar ambas as visões, suas necessidades e limitações, bem como garantir o compartilhamento de informações, é crucial para o sucesso da cadeia de suprimentos de materiais MRO.

3.5 Soft Systems Methodology (SSM)

Estudos acadêmicos normalmente utilizam a pesquisa operacional (modelagem estocástica, simulação e programação matemática) para analisar as dinâmicas das decisões corporativas. Esses modelos normalmente assumem que os tomadores de decisão são racionais e possuem objetivos claramente conhecidos. Por esse motivo eles podem vir a falhar quando o objetivo da corporação diverge do objetivo do tomador de decisão ou a racionalidade da pessoa no comando não corresponde à esperada. Essas realidades são difíceis de serem capturadas nos modelos simplesmente analíticos (Croson *et al.*, 2002).

Segundo Bergvall-Kareborn *et al.* (2004), em projetos de sistemas complexos, a modelagem é fundamental para a visualização do sistema. O objetivo da modelagem é, usualmente, representar uma situação atual, bem como uma situação futura que pode ser implementada. Uma abordagem bem conhecida para o mapeamento de problemas complexos, cujo foco é explicar diferentes perspectivas, é o SSM (*Soft Systems*

Methodology). Essa metodologia pretende entender a visão do problema pelos atores e a influência do histórico desse indivíduo sobre essa visão. Apesar de o SSM ter suas raízes na Análise de Sistemas e Engenharia de Sistemas (considerados métodos formais quantitativos, voltados para a modelagem matemática e/ou computacional para a solução de um problema), ela migrou nos últimos trinta anos em direção à estruturação de problemas (e passou a ser empregada na modelagem de problemas que incluem grandes incertezas e relações sociais com múltiplas visões das soluções), incorporando conceitos como: diferentes perspectivas dos atores, experiência humana, sistemas sociais, entre outros.

Em resumo, segundo Checkland e Scholes (1999), o SSM é um processo de investigação de situações problemáticas do dia-a-dia, orientado à ação. Os usuários do SSM aprendem, por meio da implementação, a identificar a situação atual e definir as ações a serem tomadas para seu aperfeiçoamento. O aprendizado emerge por meio de um processo organizado no qual a situação real é explorada utilizando mecanismos intelectuais definidos na metodologia. Esses mecanismos servem para promover a estrutura para as discussões necessárias e a modelagem de visões pessoais das atividades realizadas pelos atores participantes do sistema.

Esse método é comprovadamente útil para lidar com a infinidade de possibilidades do mundo social, cujas situações são sempre complexas devido às múltiplas interações entre os diferentes elementos de um problema. Essas situações são criadas por pessoas tentando agir com um propósito e não apenas por instinto, razão ou acaso. Desta observação vem a ideia central de modelar as ações propositais como um sistema formal definido, segundo as diversas visões dos atores, e confeccionar um mapa que explora as diversas interações entre variáveis de um problema.

3.6 Data Envelopment Analysis (DEA)

Análises de eficiência ou produtividade são ferramentas de controle gerencial para avaliar o retorno da utilização de inputs para obtenção de outputs em organizações. A abundante literatura sobre medições de produtividade aborda esse problema por vários pontos de vista. Entretanto, quando os problemas lidam com fatores que não podem ser expressos em termos econômicos, as abordagens tendem a não satisfazer as necessidades gerenciais. Dentre as principais razões pelas quais as medições de produtividade tradicionais falham, destacam-se a dificuldade de formular relações

explícitas de pesos entre as diferentes variáveis do problema, medições qualitativas e performances individuais em comparação com o resultado “médio” do conjunto estudado (Golany e Roll, 1989).

Ainda segundo esses autores, a abordagem por Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis* - DEA) tenta superar essa restrição por meio da análise das eficiências relativas entre as diversas unidades observadas (países, organizações, peças de equipamentos, entre outras). Na literatura DEA, cada unidade individual observada é chamada de DMUs (*Decision Making Units*).

O conceito e a metodologia DEA foram introduzidos por Charnes, Cooper e Rhodes em seu artigo de 1978, intitulado *Measuring the Efficiency of Decision Making Units*. Seus objetivos incluem, dentre outros, a identificação de fontes de ineficiência e unidades eficientes, definição de benchmarks, criação de ranking de eficiência e comparação de resultados com outras metodologias de análise multicritério. Esses mesmos autores descrevem o DEA como um modelo de programação linear, aplicada a dados observados, com o objetivo de obter estimativas empíricas das relações entre elas.

Bogetoft *et al.* (2011) afirma que, dentre as diversas definições existentes para o DEA, pode-se resumir que ele propõe um método de programação matemática para estimação de fronteiras de produção e avaliação da eficiência relativa entre as DMUs observadas. Em DEA, combina-se a avaliação da tecnologia empregada com a medição da sua performance, integrando, portanto, dois problemas básicos: a definição de uma performance padrão para determinada tecnologia e a avaliação do resultado comparado ao padrão definido.

3.6.1 O Procedimento de Implementação de DEA

De acordo com Golany e Roll (1989), desde as primeiras publicações sobre DEA a literatura tem se expandido rapidamente relatando o desenvolvimento conceitual e teórico, bem como suas inúmeras aplicações. Em seu artigo, os autores têm como objetivo organizar de forma metódica a parte da teoria de DEA que se refere à apresentação de um procedimento formal de implementação, dividindo-o em três grandes etapas: (i) seleção das DMUs, (ii) determinação das variáveis relevantes para o problema, (iii) aplicação matemática do DEA e análise dos resultados.

Na etapa de seleção das DMUs é necessário ter em mente que a eficiência medida é sempre em relação ao grupo de análise e variáveis selecionadas. Não existe a

garantia de que a seleção inicial seja correta, podendo ser necessária uma implementação de forma iterativa, apesar de não existir uma regra prática de parada dessas iterações. Portanto, a participação de especialistas da área a ser estudada é necessária para a correta implementação do DEA.

Com relação à avaliação das variáveis a serem modeladas, Senra *et al.* (2007) afirmam que existem poucas publicações abrangendo essa etapa. Grande parte dos trabalhos publicados considera apenas a opinião dos especialistas, ou mesmo a disponibilidade de dados, como critério de seleção. A análise prévia de possíveis conjuntos de variáveis é uma etapa fundamental que deve ser realizada tanto pelos especialistas como pelos analistas e tomadores de decisão, portanto os métodos de seleção devem ser vistos como instrumentos que orientarão a escolha final.

Mello *et al.* (2001) tratam do problema de seleção de variáveis em DEA por uma metodologia similar àquela utilizada nas abordagens de apoio à decisão multicritério (MCDA): por meio dos axiomas da exaustão, não redundância e coesão. Embora em DEA não exista uma axiomática aceita universalmente, alguns princípios seguidos podem se relacionar àqueles do MCDA. Pode-se interpretar o axioma da exaustão como a necessidade de descrever o problema levando em conta todos os aspectos relevantes; o da não redundância, como a obrigatoriedade de excluir critérios que estejam avaliando características já avaliadas por outro critério; e o axioma da coesão como a imposição da correta análise dos critérios escolhidos. Enquanto os dois primeiros tratam o problema de forma contraditória, o da exaustão elevando o número de critérios e o da não redundância diminuindo-o, o axioma da coesão assume a forma de escolha coerente de inputs e outputs, ou seja, considerar que os inputs são a minimizar e os outputs a maximizar, levando em consideração eventuais transformações de escala.

Já para a terceira etapa, a saber, a modelagem matemática, foram utilizadas as formulações de Charnes, Cooper e Rhodes (1978) e Banker, Charnes e Cooper (1984), respectivamente detalhando os modelos CRS (*Constant Returns to Scale*) e VRS (*Variable Returns to Scale*), orientados a outputs e inputs, detalhados no tópico a seguir.

3.6.2 A Modelagem Matemática do DEA

Como proposto por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), a medida de eficiência de uma DMU é obtida por meio da maximização da razão dos outputs ponderados pelos inputs ponderados, e tem seu valor determinado de forma referencial com as demais

DMUs do modelo. Para n DMUs observadas, com m inputs e s outputs, o modelo determina um subgrupo composto por k DMUs eficientes. Essas k DMUs são consideradas benchmarks e definem os segmentos (ou hiperplanos) da superfície envelope. As demais $(n-k)$ DMUs, que não formam esse primeiro grupo, são definidas como ineficientes.

Os autores detalham em seu artigo a transformação do modelo de programação não-linear para cálculo de eficiência em um problema de programação linear, de forma a tornar sua solução computacionalmente viável para cenários com um grande número de DMUs. O resultado é a formulação apresentada em (2) e seu dual (3):

Modelo CRS dos Envelopes, orientados a Outputs	(2)
$Max [H'_0 = h'_0 + \varepsilon \sum_{y=1}^s s_y^+ + \varepsilon \sum_{x=1}^m s_x^-]$	(2.1)
Suj. a $h'_0 y_{r0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + s_r^+ = 0, \quad r = 1, \dots, s$	(2.2)
$-x_{i0} + \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i^- = 0, \quad i = 1, \dots, m$	(2.3)
$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0, \quad \forall k, i, j$	(2.4)
E seu Dual, o Modelo CRS dos Multiplicadores, orientado a Outputs	(3)
$Min [L_0 = \sum_{i=1}^m \omega_i x_{i0} + u_0^*]$	(3.1)
Suj. a $\sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} = 1$	(3.2)
$-\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} + \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} + u_0^* \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$	(3.3)
$r = 1, \dots, s \quad \omega_i \geq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, m$	(3.4)
$\mu_r, \omega_i \geq 0, \quad \forall i, r$	(3.5)
$u_0^* = 0$	(3.6)

No modelo do envelope, o problema consiste na maximização da função objetivo da variável de decisão h_0 sujeito às restrições apresentadas. Essas restrições garantem que a unidade eficiente projetada radialmente estará localizada dentro da fronteira definida pelas k DMUs eficientes. No seu dual, no modelo dos multiplicadores, os valores ótimos das variáveis de decisão são os parâmetros do hiperplano que define a fronteira em determinada área e a definição da eficiência é a partir da minimização do valor da combinação linear entre os inputs, dada a combinação linear normalizada dos outputs.

Enquanto o modelo CRS, de Charnes, Cooper e Rhodes (1978), adota a hipótese de que os retornos sob os inputs investidos em outputs são constantes, o VRS de

Banker, Charnes e Cooper (1984), direciona o DEA às teorias econômicas, permitindo situações de eficiência diferenciadas para cada DMU observada e criando uma fronteira variável. De forma simplificada, no modelo VRS uma DMU é eficiente se, na escala em que opera, é aquele que melhor aproveita os inputs de que dispõe e, no modelo CRS, uma DMU é eficiente quando apresenta o melhor quociente de outputs com relação aos inputs, ou seja, aproveita melhor os inputs sem considerar a escala de operação da DMU. Graficamente, a diferença entre as fronteiras CRS e VRS pode ser exemplificada pela Figura 1, onde C é eficiente e B é ineficiente em ambos os modelos, e A e D são eficientes ou ineficientes, a depender do modelo escolhido.

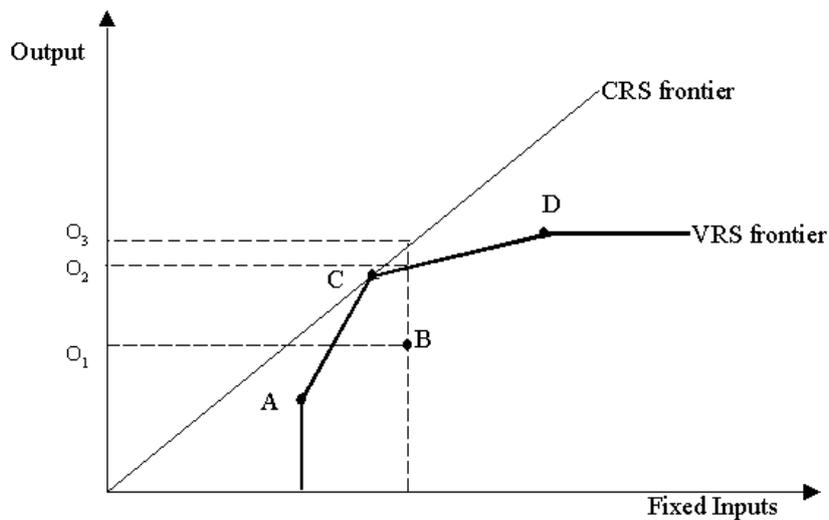


Figura 1: Fronteira DEA para modelo CRS e VRS

Para implementar essa modificação conceitual no problema de programação linear Banker, Charnes e Cooper (1984) adicionam a equação (2.5) no modelo dos envelopes:

$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$	(2.5)
------------------------------	-------

E substituem a equação (3.6) por (3.7) no modelo dos multiplicadores:

u_0^* irrestrito	(3.7)
--------------------	-------

Ou seja, a presença de ganho de escala crescente, constante ou decrescente depende do valor de u_0^* ser menor, igual ou maior que zero.

Analogamente à formulação da visão dos outputs, na visão dos inputs a diferença básica é que no modelo do envelope (4) a variável h_0 é minimizada e, no

modelo dos multiplicadores (5), o objetivo é a maximização da combinação linear dos outputs, dada a combinação linear normalizada dos inputs.

Modelo CRS e VRS dos Envelopes, orientados a Inputs	(4)
$Min [H_0 = h_0 - \varepsilon \sum_{y=1}^s s_y^+ - \varepsilon \sum_{x=1}^r s_x^-]$	(4.1)
Suj. a $h_0 x_{i0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_{i0}^- = 0, i = 1, \dots, m$	(4.2)
$y_{r0} - \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + s_r^+ = 0, r = 1, \dots, s$	(4.3)
$\lambda_j, s_r^+, s_i^- \geq 0, \forall r, i, j$	(4.4)
Para modelo VRS: $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$	(4.5)
E seu Dual, o Modelo CRS e VRS dos Multiplicadores, orientados a Inputs	(5)
$Max [Z_0 = \sum_{r=1}^s \mu_r y_{r0} + v_0^*]$	(5.1)
Suj. a $\sum_{i=1}^m \omega_i x_{i0} = 1$	(5.2)
$-\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} + \sum_{i=1}^m \omega_i x_{ij} + v_0^* \geq 0, j = 1, \dots, n$	(5.3)
$i = 1, \dots, m \quad \mu_r \geq \varepsilon, r = 1, \dots, s$	(5.4)
$\mu_r, \omega_i \geq 0, \forall i, r$	(5.5)
Para modelo CRS: $v_0^* = 0$	(5.6)
Para modelo VRS: v_0^* irrestrito	(5.7)

3.6.3 A Eficiência de Russell

Devido à sua natureza radial, a eficiência em DEA calculada pelo método clássico permite valores elevados quando da existência de folgas em alguma das variáveis consideradas. Isso acontece porque esse cálculo não leva em conta as ineficiências não-radiais entre as variáveis consideradas (Pastor *et al.*, 1998). Dessa forma gera-se uma fronteira de eficiência que se divide em regiões fortemente eficientes (Pareto-eficiente) e regiões fracamente eficientes (Pareto-ineficientes). Uma unidade é considerada Pareto-eficiente se, e somente se, não for possível aumentar nenhum dos seus outputs sem reduzir os demais (ou se não for possível reduzir nenhum dos seus inputs sem aumentar os demais). Apesar de fazerem parte da fronteira de eficiência, as DMUs Pareto-ineficientes possuem folgas diferentes de zero, o que permite, por exemplo, a existência de outra DMU com capacidade de produção de mais outputs com a mesma utilização de inputs (Charnes, Cooper e Rhodes, 1978).

Segundo Pastor *et al.* (1998), para tratar do problema do cálculo da eficiência que considera projeções de DMUs em regiões Pareto-ineficiente, foram desenvolvidos diversos métodos alternativos para considerar todos os tipos de ineficiências detectadas. Dentre eles, Lins *et al.* (2004) revisam dois modelos para obtenção de alvos não-radiais: (i) Thanassoulis and Dyson e (ii) Zhu. O primeiro propõe a atribuição de pesos aos multiplicadores (ou à relação entre os multiplicadores) para criar uma estrutura de preferências e eliminar as regiões Pareto-ineficientes da fronteira. O segundo modelo, utilizado nesse trabalho e baseado no cálculo de eficiência de Russell, permite a escolha de DMUs virtuais para a projeção que evitam essas regiões.

Färe e Lovell (1987) identificaram a limitação do cálculo da eficiência de forma radial e propuseram uma solução por meio da medida de eficiência de Russell. Segundo os autores, o propósito de utilizar essa medição é fornecer um valor de eficiência que se comporta bem para as diversas configurações de outputs e inputs, para penalizar a eficiência radial daqueles com projeção em regiões ineficientes da fronteira e manter o valor nos casos de projeção Pareto-eficientes. A abordagem matemática de Pastor *et al.* (1998) para o cálculo da eficiência de Russell considera, ao invés de combinar os inputs e outputs de uma forma aditiva, definir a medida pela razão entre os dois. Dessa forma calcula-se, separadamente, a eficiência no modelo orientado aos outputs e aos inputs e, num segundo momento, a razão entre eles. O modelo, utilizado nesse estudo, pode ser representado da seguinte forma (6):

Determinação da Eficiência de Russel em DEA	(6)
$Min [R_e(X_0, Y_0) = \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \theta_i}{\frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \Phi_r}]$	(6.1)
Sujeito a $\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta_i x_{i0}, \quad i = 1, \dots, m$	(6.2)
$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq \Phi_r y_{r0}, \quad r = 1, \dots, s$	(6.3)
$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n$	(6.4)
$\theta_i \leq 1, \Phi_r \geq 0 \quad \forall i, r$	(6.5)

Essa metodologia de cálculo de eficiência é justificável devido à ampla implementação prática dos conceitos de DEA e à necessidade de se permitir uma diversidade maior de cenários a serem estudados pela metodologia (Färe e Lovell, 1987). A seguinte abordagem alternativa, além de permitir uma análise mais direta entre a relação entre as eficiências dos outputs e inputs, possibilita a decomposição e o

isolamento de cada um dos componentes de forma a melhor explicar a eficiência da DMU analisada (7.1) e (7.2):

$$\theta_i = \frac{x_{i0} - s_{i0}^-}{x_{i0}} = 1 - \frac{s_{i0}^-}{x_{i0}}, \quad i = 1, \dots, m \quad (7.1)$$

$$\phi_r = \frac{y_{r0} + s_{r0}^+}{y_{r0}} = 1 + \frac{s_{r0}^+}{y_{r0}}, \quad r = 1, \dots, s \quad (7.2)$$

3.7 Modelo de Suavização

Dentre os dois modelos DEA, o dos multiplicadores fornece coeficientes de ponderação que cada DMU atribui aos inputs e outputs, ou seja, são pesos que indicam a importância que determinada variável recebe pela DMU para calcular a sua eficiência com relação às demais. De forma econômica, os multiplicadores podem ser interpretados como *trade-offs* entre as características: quanto de determinado input precisa ser reduzido (ou aumentado) para variar em uma unidade outro input (ou output). Cabe ressaltar que para cada DMU existe um conjunto diferente de pesos para o cálculo da sua eficiência, ou seja, uma determinada combinação de multiplicadores é válida para uma única DMU (Banker, Charnes & Cooper, 1984).

Graficamente, as DMUs eficientes formam os vértices de um polítopo que representa a fronteira de eficiência do modelo. Para identificação dos alvos de produtividade das DMUs ineficientes, estas são projetadas nas faces desse polítopo. Tem-se, portanto, a necessidade de identificar todas as faces existentes na fronteira quando for necessário projetar DMUs virtuais (no caso do presente trabalho: novos materiais sendo avaliados para vinculação ao estoque compartilhado). A suavização dessa fronteira linear por partes, por meio da determinação de uma função continuamente derivável em todo o domínio da fronteira original, permite a determinação de projeções sem a necessidade da identificação das faces e, por consequência, o cálculo de uma Eficiência Suavizada para as DMUs virtuais de uma forma mais simples.

A fronteira suavizada, tendo em mãos as DMUs eficientes, pode ser determinada por meio do método dos mínimos quadrados, desenvolvido no início do século XIX por Carl Friedrich Gauss (1777-1855) e publicado pela primeira vez por Adrien-Marie Legendre (1752-1833). Esse método tem como objetivo ajustar os parâmetros de uma função minimizando a soma dos quadrados das distâncias entre o conjunto de dados observado e a curva. Na forma bidimensional, o conjunto de dados consiste em n pares

$(x_i, y_i), i = 1, \dots, n$ onde x_i é uma variável independente e y_i é uma variável dependente cujos valores foram encontrados por observação. A função tem a forma $f(x, \beta)$, onde os m parâmetros ajustáveis são definidos no vetor β . O objetivo é encontrar o valor dos parâmetros para o modelo que melhor se ajusta aos pares de dados, conforme a equação (8):

$$\text{Min} \{S = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, \beta)]^2\} \quad (8)$$

Apesar de aplicável no caso da suavização de um conjunto de superfícies composta por planos, o método dos mínimos quadrados pode gerar funções muito distantes dos hiperplanos originais da fronteira DEA, pois não leva em consideração a distância entre as derivadas da fronteira original e da suavizada. Portanto, é necessário estabelecer uma forma de minimizar a distância entre as funções e, no caso de uma fronteira tridimensional, esse é o problema variacional clássico da determinação da superfície mínima.

3.7.1 O Cálculo Variacional e a Equação de Euler-Lagrange

Segundo Psaltis (2012) o desenvolvimento do cálculo variacional (*Calculus of Variations*) iniciou com um desafio proposto por Johann Bernoulli (1667-1748) para vários dos seus contemporâneos, incluindo Isaac Newton (1642-1727). O objetivo era simples: calcular a trajetória de um objeto em um campo gravitacional uniforme tal que, na ausência de atrito, o tempo levado entre a posição A e B seja o menor possível. Claramente, o menor caminho entre A e B é uma linha reta que conecta ambos os pontos. Entretanto, ao longo de um caminho linear, a aceleração criada pela gravidade é constante e não necessariamente ótima. Para esse problema, o caminho ótimo é uma curva chamada braquistócrona, palavra de origem grega derivada de *brakhisto* (o mais curto) e *chronos* (tempo).

De forma a calcular a curva ótima, é necessário um sistema de coordenadas cartesianas bidimensional no plano vertical que contém os pontos A e B. O objetivo é encontrar o caminho $x_2 = x_2(x_1)$ que minimiza o tempo levado por um objeto para percorrer o caminho entre A e B:

$$t_{A \rightarrow B} = \int_A^B dt = \int_A^B \frac{ds}{v} \quad (9.1)$$

Nessa integral, ds é o comprimento do arco do caminho percorrido pelo objeto e v é sua velocidade instantânea. É possível calcular o primeiro por meio do teorema de Pitágoras (9.2) e o segundo por meio do cálculo de conservação de energia (9.3):

$$ds = \sqrt{(dx_1^2 + dx_2^2)} = dx_1 \sqrt{(1 + x_2'^2)} \quad (9.2)$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgx_2 = mgx_2^A \rightarrow v = [2g(x_2^A - x_2)] \quad (9.3)$$

Onde m é a massa do objeto, x_2^A é a coordenada vertical do ponto A e a velocidade inicial $v = 0$.

Inserindo (9.2) e (9.3) na equação (9.1) temos:

$$t_{A \rightarrow B} = \int_{x_1^A}^{x_1^B} \sqrt{\frac{1+x_2'^2}{2g(x_2^A - x_2)}} dx_1 \quad (9.4)$$

O lado direito da equação (9.4) depende tanto do caminho desconhecido x_2 (x_1) quanto da sua derivada. Expressões desse tipo são chamadas de funcionais e a sua solução só é possível por meio da determinação do caminho que a minimiza. Dado que esse problema não pode ser solucionado pelos conceitos do Cálculo Diferencial, é necessário descrever os artifícios matemáticos que culminam na equação de Euler-Lagrange: considerando uma função genérica $y(x)$ que é duplamente diferenciável no domínio e que passa pelos valores fixos y_A e y_B para seus limites x_A e x_B , o problema é encontrar uma função que extremiza (máximo ou mínimo) a integral dentro dos limites estabelecidos:

$$J = \int_{x_A}^{x_B} f[y(x), y'(x), x] dx \quad (9.5)$$

O integrando dessa expressão é uma função f que depende de $y(x)$, da sua derivada $y'(x)$ e do valor da variável independente x . Denota-se $y_0(x)$ a solução, e considera-se uma segunda função duplamente diferenciável $n(x)$ que é nula nos limites x_A e x_B . A igualdade (9.6) apresenta a combinação linear entre $y(x)$ e $n(x)$ que satisfaz $y(x_A, \alpha) = y_A$ e $y(x_B, \alpha) = y_B$ para todos os valores do parâmetro α :

$$y(x, \alpha) = y_0(x) + \alpha n(x) \quad (9.6)$$

A nova função $y(x, \alpha)$ representa diferentes caminhos entre os dois limites fixos, um para cada valor do parâmetro α , que não extremizam os valores da integral (9.5), exceto quando $\alpha = 0$. Dado que existe uma solução definida $y_0(x)$, (9.5) torna-se uma integral em função do parâmetro α :

$$J(\alpha) = \int_{x_A}^{x_B} f[y(x, \alpha), y'(x, \alpha), x] dx \quad (9.7)$$

Dado que a função (9.7) possui um valor extremo quando $\alpha = 0$, temos:

$$\begin{aligned} \frac{dJ}{d\alpha} = 0 &\rightarrow \frac{d}{d\alpha} \int_{x_A}^{x_B} f[y(x, \alpha), y'(x, \alpha), x] dx = 0 \\ &\rightarrow \int_{x_A}^{x_B} \left\{ \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y(x, \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial y'} \frac{\partial y'(x, \alpha)}{\partial \alpha} \right\} dx = 0 \end{aligned} \quad (9.8)$$

Dado que:

$$\frac{\partial y(x, \alpha)}{\partial \alpha} = n(x) \quad (9.9)$$

$$\frac{\partial y'(x, \alpha)}{\partial \alpha} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[\frac{dy(x, \alpha)}{dx} \right] = \frac{d}{d\alpha} \left[\frac{\partial y(x, \alpha)}{\partial x} \right] = \frac{dn(x)}{dx} \quad (9.10)$$

Podemos substituir (9.9) e (9.10) em (9.8):

$$\int_{x_A}^{x_B} \left\{ \frac{\partial f}{\partial y} n(x) + \frac{\partial f}{\partial y'} \frac{dn(x)}{dx} \right\} dx = 0 \quad (9.11) \text{ da equação (9.8)}$$

Trabalhando o segundo termo da integral de (9.11) temos:

$$\int_{x_A}^{x_B} \left\{ \frac{\partial f}{\partial y'} \frac{dn(x)}{dx} \right\} dx = \int_{x_A}^{x_B} \frac{\partial f}{\partial y'} dn(x) = \frac{\partial f}{\partial y'} [n(x_B) - n(x_A)] - \int_{x_A}^{x_B} n(x) \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y'} \right) \quad (9.12)$$

Sendo:

$$n(x_B) = n(x_A) = 0 \quad (9.13)$$

Considerando a condição (9.13) e substituindo (9.12) em (9.11) temos:

$$\int_{x_A}^{x_B} \left\{ \frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y'} \right) \right\} n(x) dx = 0 \quad (9.14)$$

Para que (9.14) seja satisfeita para qualquer função $n(x)$, é necessário que o termo entre chaves seja igual a zero. Em outras palavras, uma condição necessária para que o caminho $y(x)$ extremize a função J da equação de (9.5) é que o integrando f satisfaça (9.15):

Equação de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \left[\frac{\partial f}{\partial y'} \right] = 0 \quad (9.15)$$

Generalizando o problema exposto é possível utilizar o mesmo procedimento para o caso de duas ou mais variáveis independentes $y_i(x)$, $i = 1..N$, o que corresponde a encontrar o caminho, em um espaço n-dimensional, que extremiza a integral:

$$J = \int_{x_A}^{x_B} f[y_1(x), y_1'(x), \dots, y_N(x), y_N'(x), x] dx \quad (10.1)$$

Analogamente a (9.6) e (9.7), J possui um valor extremo quando:

$$\frac{dJ}{d\alpha} = 0 \rightarrow \int_{x_A}^{x_B} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial f}{\partial y_i} \frac{\partial y_i(x, \alpha)}{\partial \alpha} + \frac{\partial f}{\partial y_i'} \frac{\partial y_i'(x, \alpha)}{\partial \alpha} \right\} dx = 0 \quad (10.2)$$

Derivando de forma similar à (9.9), (9.10) e substituindo em (10.2) temos (10.3):

$$\int_{x_A}^{x_B} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial f}{\partial y_i} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial f}{\partial y_i'} \right) \right\} n_i(x) dx = 0 \quad (10.3)$$

Que é a condição necessária para J possuir um extremo em $\alpha = 0$, dadas as funções $n_i(x)$. Como $n_i(x)$ são arbitrariamente independentes, a integral só pode ser igual a zero quando os coeficientes de cada função na soma for zero, ou seja:

Equação de Euler-Lagrange N-Dimensional

$$\sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\partial f}{\partial y_i} - \frac{d}{dx} \left[\frac{\partial f}{\partial y_i'} \right] \right\} = 0 \quad (10.4)$$

Em outras palavras, cada função independente $y_i(x)$ que extremiza a integral entre A e B também satisfaz à equação de Euler-Lagrange.

3.7.2 O Problema da Determinação da Superfície Mínima

Segundo Strang (2006), o comprimento de um arco ao longo de um intervalo (a, b) em uma curva contínua $f(x)$, com derivada primeira contínua, é definido como:

$$L = \int_a^b \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{df}{dx} \right)^2} \right\} dx \quad (11.1)$$

De forma análoga, a área de uma superfície definida numa região S por uma curva contínua $u(x, y)$, com derivada primeira também contínua, é definida como:

$$E = \iint \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2} \right\} dx dy \quad (11.2)$$

O problema de determinar uma superfície mínima é correspondente ao de definir a área da membrana de uma bolha de sabão que, ao ser esticada, requer uma quantidade de energia que é proporcional à área da bolha. Fisicamente, a tensão de superfície garante a energia mínima, portanto:

$$\text{Min} \left[E = \iint \left\{ \sqrt{1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2} \right\} dx dy \right] \quad (11.3)$$

Quando $u = 0$ a bolha é plana e a expressão dentro das chaves reduz-se a 1, valor mínimo da superfície na região S . Entretanto, supondo que a bolha seja criada por um caminho que percorre a região S em uma altura variável $u_o(x, y)$, a solução trivial

$u = 0$ não é mais permitida. Dessa forma, o caminho gerador da superfície impõe uma condição u_i de fronteira na borda de S , para cada vizinhança que percorre:

$$u_i = u_0(x, y) \quad i = 1, \dots, N \quad (11.4)$$

Gerando assim a seguinte equação de Euler-Lagrange para o problema:

Equação de Euler-Lagrange para a determinação da superfície mínima

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\sqrt{A}} \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\sqrt{A}} \frac{\partial u}{\partial x} \right) = 0 \quad (11.5)$$

$$\text{Sendo } A = 1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

A equação variacional (11.5) não teve solução analítica não-trivial até que, em 1776, Jean Baptiste Marie Meusnier provou que as helicoidais (11.6) e as catenoidais (11.7) satisfazem as restrições impostas.

$$y = x \tan \left(\frac{z}{c} \right) \quad (11.6)$$

$$x = k \cosh \left(\frac{v}{k} \right) \cos(u); \quad y = k \cosh \left(\frac{v}{k} \right) \sin(u); \quad z = v \quad [\text{Equação Paramétrica}] \quad (11.7)$$

Essas duas, em conjunto com o plano, foram as únicas superfícies mínimas em um sistema de coordenadas finito e tridimensional encontradas até que o matemático brasileiro Celso José da Costa, em 1982, utilizou a computação gráfica e o método de superfícies conjugadas para determinar regiões que, ao serem agregadas, formam superfícies mínimas (Meeks e Perez, 2011).

3.7.3 A Suavização da Fronteira DEA

Devido à complexidade de solução de problemas variacionais, como o de parametrização de uma superfície mínima, foram desenvolvidas diversas técnicas numéricas. Essas técnicas são de natureza iterativa e, passo-a-passo, convergem para uma solução aceitável para o problema variacional proposto. Dentre elas, o Método de Rayleigh-Ritz assume que seja possível aproximar $u(x)$ por uma combinação linear de certas funções linearmente independentes:

$$u(x) \approx \varphi_0(x) + c_1 \varphi_1(x) + c_2 \varphi_2(x) + \dots + c_n \varphi_n(x) \quad (12.1)$$

É necessário determinar os coeficientes constantes $c_1 \dots c_n$ e arbitrar as funções $\varphi_i(x)$ que serão utilizadas desde que:

- (i) Caso o problema tenha restrições de contorno (pontos fixos que devem estar contidos na função, por exemplo) $\varphi_0(x)$ é escolhida tal que satisfaça essas condições e todas as demais $\varphi_i(x)$ desapareçam nessas regiões e;
- (ii) Caso a forma da solução seja previamente conhecida, as $\varphi_i(x)$ devem ser escolhidas garantindo essa forma.

Por meio da equação (12.1), substitui-se o problema variacional de encontrar $u(x, y)$ que extremize E da equação (11.3), pela busca de um grupo de coeficientes $c_1 \dots c_n$ que extremizem $E(c_1 \dots c_n)$. O procedimento consiste em, primeiro, determinar uma estimativa inicial de c_1 pela aproximação $u \approx \varphi_0 + c_1\varphi_1$. Em seguida, a aproximação $u \approx \varphi_0 + c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2$ é utilizada (com c_1 sendo recalculado). O processo continua com $u \approx \varphi_0 + c_1\varphi_1 + c_2\varphi_2 + c_3\varphi_3$ sendo a terceira aproximação, e assim por diante. Em cada um dos estágios, as seguintes afirmações devem ser verdadeiras:

- (i) No i -ésimo estágio, os termos $c_1 \dots c_{i-1}$ que já haviam sido determinados novamente calculados e;
- (ii) A aproximação no i -ésimo estágio não pode ser pior que no estágio anterior.

A convergência do procedimento permite afirmar que:

$\lim_{n \rightarrow \infty} (\varphi_0 + \sum_{i=1}^n c_i \varphi_i) = u(x)$	(12.2)
---	--------

Onde $u(x)$ é a função extremante de E (Russak, 2002).

Mello *et al* (2004) mostra que é possível escolher os φ_i como sendo potências de x , de tal forma que $u(x)$ seja um polinômio. Ainda, segundo o mesmo autor, pode-se determinar o grau do polinômio necessário de acordo com o número de DMUs eficientes por meio da Tabela 1.

Tabela 1: Relação entre o número de DMUs eficientes e o grau do polinômio.

Número de DMUs eficientes	Grau do polinômio
3...5	2
6...9	3
10...14	4
15...20	5
...	...

Considerando o problema de minimização exposto em (11.3), e sendo $u(x, y)$ uma função polinomial, é necessário determinar as restrições que definem a forma da fronteira suavizada, ou seja:

Formulação geral do modelo de suavização da fronteira	(13)
As DMUs eficientes devem fazer parte da fronteira:	
$u(x_i, y_i) = u_0(x_{i0}, y_{i0}) \quad i = 1, \dots, n$	(13.1)
As derivadas primeiras devem ser:	
(i) Positivas nos $u(x_{max}, y_{max})$, para fronteiras crescentes:	
$\frac{\partial u}{\partial x} \geq 0 \text{ e } \frac{\partial u}{\partial y} \geq 0$	(13.2)
(ii) Negativas nos $u(x_{max}, y_{max})$, para fronteiras decrescentes:	
$\frac{\partial u}{\partial x} \leq 0 \text{ e } \frac{\partial u}{\partial y} \leq 0$	(13.3)
As derivadas segundas devem ser negativas para garantir a convexidade da fronteira:	
$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \leq 0 \text{ e } \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \leq 0, \forall x, y$	(13.4)

4. Descrição Detalhada do Cenário

Mesmo os modelos mais sofisticados de previsão de demanda são limitados ao tratar da otimização de estoques MRO e, à medida que mais variáveis são adicionadas aos modelos para aumentar seu alinhamento com situações do mundo real, a complexidade aumenta de forma acelerada, tornando-os mais difíceis de serem entendidos e praticados. Além disso, a proposição de criação de um Estoque Corporativo, apesar de permitir uma melhor previsão de demanda pela agregação de mais informações de consumo de peças de manutenção, impacta também na complexidade do problema existente. Considerando-se ainda que esse problema seja influenciado pela decisão de diversos atores no sistema (usuários dos materiais de manutenção, gestores de estoque, equipe de operação das refinarias etc.) e que esses atores são acometidos por sentimentos de insegurança e posse, e ainda, por cobrança de metas gerenciais, podemos considerar que esse é um problema cujo entendimento requer uma metodologia de análise de sistemas complexos.

Para tal foi mapeado e descrito o cenário atual, as visões dos participantes do sistema e a solução proposta, inspirada nas soluções praticadas por outras empresas

localizadas em outros países. O objetivo central desse modelo de estoque centralizado é atender aos funcionários e proprietários da empresa por meio da redução de custos de manutenção de estoque e garantia de disponibilidade dos equipamentos das unidades de operação das refinarias, sem perder de vista o atendimento às normas corporativas de segurança meio-ambiente e saúde (SMS).

4.1 O Refino da Petrobras

O Refino da Petrobras é composto por treze refinarias distribuídas em nove estados brasileiros, com diferentes portes nas suas atividades de suprimento de bens, conforme Tabela 2.

Tabela 2: Localização e porte das atividades de suprimento nas refinarias da Petrobras.

<i>Região</i>	<i>Estado</i>	<i>Nome</i>	<i>Porte (Suprimento)</i>
Sul	Rio Grande do Sul	REFAP	Médio
Sul	Paraná	REPAR	Médio
Sul	Paraná	SIX	Pequeno
Sudeste	São Paulo	RECAP	Pequeno
Sudeste	São Paulo	RPBC	Médio
Sudeste	São Paulo	REPLAN	Grande
Sudeste	São Paulo	REVAP	Médio
Sudeste	Minas Gerais	REGAP	Médio
Sudeste	Rio de Janeiro	REDUC	Grande
Nordeste	Bahia	RLAM	Grande
Nordeste	Ceará	LUBNOR	Pequeno
Nordeste	Rio Grande do Norte	RPCC	Pequeno
Norte	Amazonas	REMAN	Pequeno

Cada uma das refinarias citadas possui armazéns com gestão local para suas peças de manutenção e equipe responsável pela gestão da demanda desses materiais. De forma consolidada, na data deste estudo o valor imobilizado em estoque era superior a USD 240 milhões (mais de 88 mil materiais diferentes) para manutenção do parque industrial. Desse total, USD 160 milhões (56 mil materiais diferentes) estavam vinculados ao estoque, com parâmetros de ressuprimento definidos.

Controlar essa quantidade de itens distintos em estoque é uma tarefa complexa, principalmente pelas diferentes classes de materiais, padrões de consumo, criticidades e valores. Como ferramenta de gestão, a Petrobras utiliza desde 2004 o SAP ERP, onde

esses materiais são geridos pelo módulo de MRP (*Material Requirements Planning* – planejamento de necessidade de material). Os itens vinculados em estoque são, basicamente, divididos em:

- (i) Itens de consumo contínuo com padrão de demanda frequente e geridos no sistema pelos parâmetros de ponto de ressuprimento e estoque máximo. Esses materiais representam 12% dos itens vinculados e 10% do valor imobilizado em estoque;
- (ii) Itens de consumo raro com padrão de demanda intermitente e geridos no sistema por um único parâmetro de estoque, ou seja, sempre que existe consumo, uma nova aquisição é iniciada. Materiais que representam 88% do número de itens e 90% do valor imobilizado.

Vale destacar também que, desses itens, cerca de 5.500 podem ser compartilhados entre pelo menos duas refinarias. Um total de mais de USD 22 milhões em peças de reposição estocadas que serão consideradas para o presente trabalho de centralização de estoques.

4.2 Modelagem por Soft Systems Methodology (SSM)

Segundo Checkland e Poulter (2006) o processo do SSM tem a forma de um ciclo de aprendizado que vai desde a descoberta do problema e suas visões até a definição e tomada de ações para a sua solução. Bergvall-Kareborn *et al.* (2004) detalham que no SSM é importante que estejam claramente definidas as atividades e visões a serem modeladas. Por este motivo, uma técnica de modelagem foi desenvolvida para essa metodologia. Essa técnica é formada pelas seguintes etapas: *Rich Picture* (chamado aqui de Mapeamento Inicial), *Root-Definition* (Definição-Raiz), PQR, CATWOE e Modelos Conceituais. Cada um deles será detalhado nos tópicos seguintes.

4.2.1 O Mapeamento Inicial (*Rich Picture*)

Checkland e Poulter (2006) destacam que a função do Mapeamento Inicial é permitir ao investigador vivenciar uma situação real de forma a entendê-la antes para depois iniciar o processo de propor mudanças necessárias em direção à sua melhoria. O nome *Rich Picture* foi escolhido porque uma figura é sempre uma boa alternativa para apresentar os relacionamentos existentes, atendendo melhor a esse objetivo do que uma

descrição linear na forma de texto. À medida que o conhecimento vai sendo adquirido, por meio de conversas, entrevistas, reuniões e leitura, o mapeamento vai sendo enriquecido, sem nunca efetivamente ser concluído por completo (Figura 2).

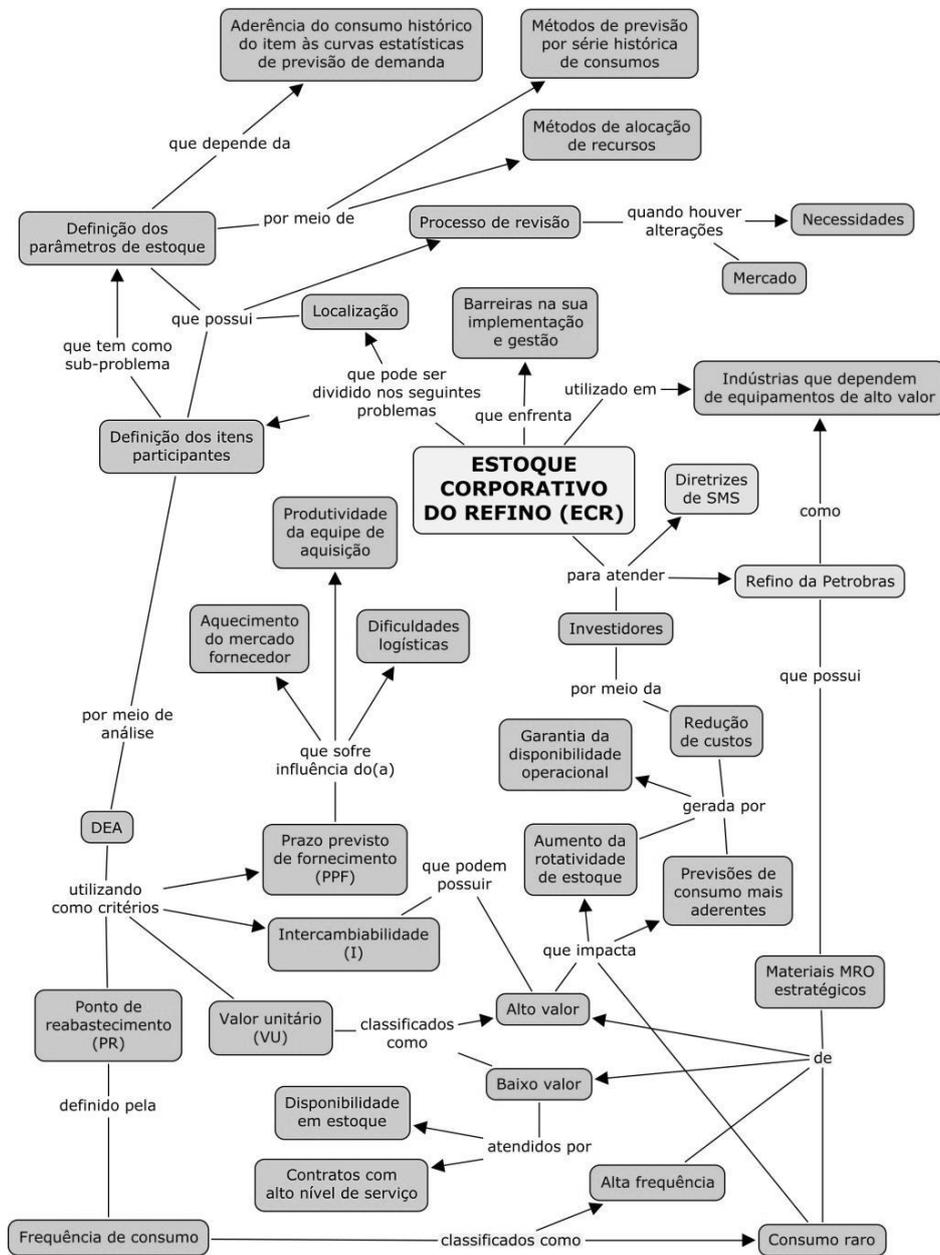


Figura 2: Mapeamento Inicial (Rich Picture)

No presente trabalho o Rich Picture foi desenvolvido, inicialmente, por meio de entrevistas com o Gerente de Suprimento de Bens do Refino, que atua de forma corporativa e estratégica na atividade em questão. O segundo passo foi o enriquecimento desse mapa conceitual a partir de conversas informais com a equipe da mesma gerência. Esse mapa enriquecido foi então apresentado em um Encontro de Gestão da Demanda de Bens do Refino aos principais gestores de estoque das refinarias

da Petrobras e uma série de críticas foram incorporadas. Foram também levantadas as possíveis barreiras que uma estratégia de centralização de estoque pode encontrar no cenário atual da companhia. Em seguida alguns gerentes locais de suprimento de bens das refinarias apresentaram suas críticas e, após esse passo foi considerada como finalizada a etapa de mapeamento inicial e dado foco na derivação desses conceitos para alimentar as etapas seguintes de estruturação do problema.

Pode-se observar que regiões com conceitos afins emergem à medida que tenta-se organizar o mapa conceitual. Por exemplo, na sua parte inferior estão contemplados os conceitos ligados às características do material nas refinarias, enquanto a parte central à direita elenca as características que influenciam o projeto, como o público-alvo, projetos semelhantes em outras indústrias e barreiras à implementação e à gestão. A região superior à esquerda trata das subdivisões do problema levantadas durante o mapeamento e do seu relacionamento com metodologias de solução de problemas dependentes, como os métodos de definição de parâmetros. Todos esses relacionamentos serão inputs para a elaboração dos modelos conceituais subsequentes.

4.2.2 PQR, Definição-Raiz e CATWOE

Bergvall-Kareborn *et al.* (2004) detalha que o objetivo da Definição Raiz é estabelecer em uma frase a missão do sistema sob análise. Enquanto isso, o PQR é uma abordagem simplificada que se propõe a responder às seguintes perguntas: “O que fazer (P), como fazê-lo (Q) e o porquê (R)?” e, por meio dessas respostas, definir a missão do sistema. Já o CATWOE é considerado uma peça central do SSM, mais amplo e específico que o PQR, uma vez que tanto os Modelos Conceituais quanto a Definição-Raiz podem se derivar dele. A sigla CATWOE é formada pelos seguintes termos: Customer (C, Cliente); Actor (A, Ator); Transformation (T, Transformação); Weltanschauung (W, Visão do Mundo); Owner (O, Proprietário) e Environment (E, Ambiente).

A Figura 3 apresenta a relação entre o PQR, Definição-Raiz e o CATWOE. Os parágrafos a seguir descrevem essa relação e o processo de derivação, que foi realizado a partir desse mapa conceitual e do *Rich Picture*, para cada uma das diferentes visões do sistema em questão, considerando a migração de sistemas descentralizados de estoques de materiais MRO para um modelo de centralização.

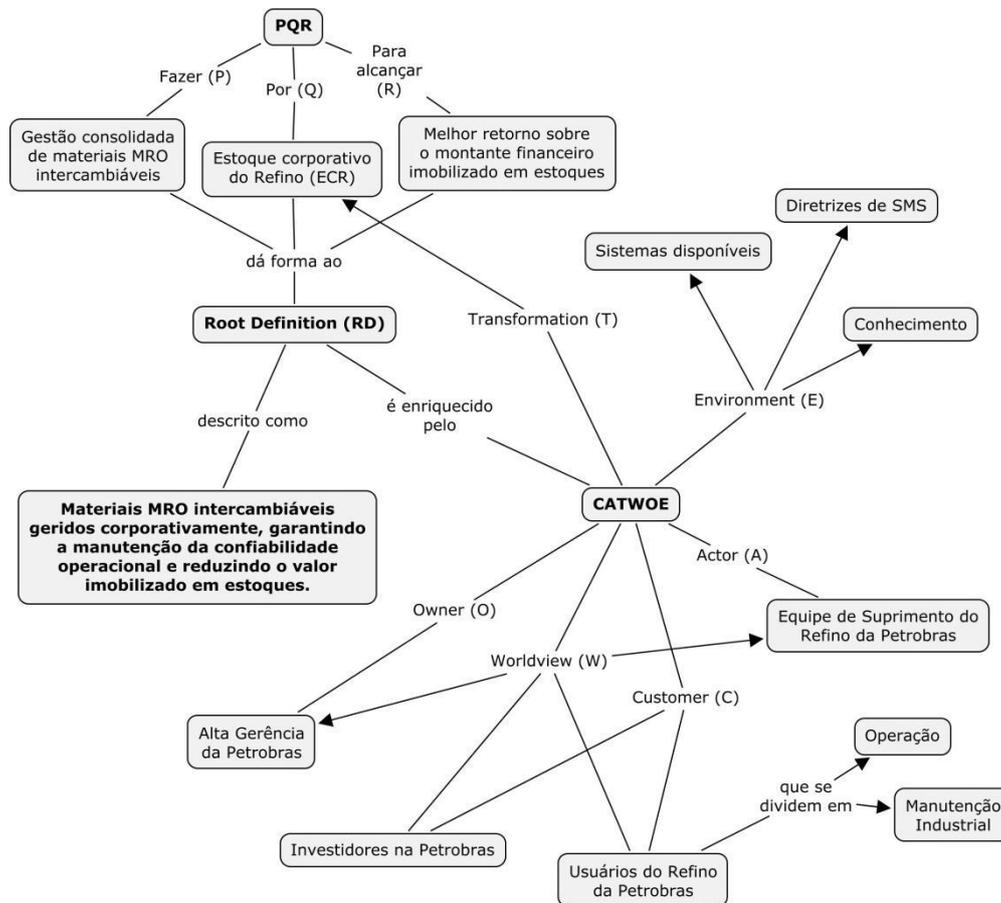


Figura 3: PQR, Root-Definition e CATWOE

O primeiro passo foi dar respostas às perguntas do PQR:

“O modelo proposto permitirá a gestão consolidada de materiais MRO intercambiáveis por meio do Estoque Corporativo do Refino (ECR) para obter melhor retorno sobre o montante financeiro imobilizado em estoques.”

O PQR auxilia a criação da Definição-Raiz (*Root-Definition*), garantindo que ela seja descrita como uma atividade de transformação com o propósito de alterar o estado inicial do sistema:

“Materiais MRO intercambiáveis geridos corporativamente, garantindo a manutenção da confiabilidade operacional e reduzindo o valor imobilizado em estoques.”

Segundo Bergvall-Kareborn *et al.* (2004), a partir de uma Definição-Raiz, o sistema pode ser descrito pelo CATWOE da seguinte forma: “Um sistema com o proprietário O, operado por A que, afetando C, transforma T em um novo T, segundo uma visão W, inserido num ambiente com restrições E”. Mais detalhadamente, cada um desses conceitos pode ser resumido da seguinte forma:

- (i) T representa a atividade a ser modelada, expressa como um processo. Tradicionalmente T é formulado segundo seus Inputs e Outputs. Essa formulação encoraja o modelador a fazer ligações entre a situação atual e a esperada;
- (ii) W é representado pela visão de mundo e explica o porquê da necessidade de T para cada um dos atores. Segundo os autores do SSM, o W é indispensável à análise pois está intimamente relacionado às perspectivas dos participantes;
- (iii) C é definido como o beneficiário (ou vítima) das atividades do sistema. Não é necessariamente o sujeito que compra o produto do sistema;
- (iv) O, ou o proprietário do sistema, são aqueles que podem parar o T. É uma definição ampla, que pode englobar desde os diretores de uma organização até grupos terroristas, entretanto, segundo Checkland e Scholes (1999), no SSM o O é um grupo que participa de um nível acima do sistema estudado, e que possui o poder formal de decisão de impedir o funcionamento do sistema e, por consequência, T;
- (v) A é representado por aqueles que executam T;
- (vi) E é definido pelas restrições ambientais, refere-se aos elementos de fora do sistema representados por forças externas, como o tempo, recursos, estruturas, normas, tecnologias, objetivos etc.

Como pode ser observado na Figura 3, o processo de transformação foi definido como o “Q” do PQR, ou seja, o Estoque Corporativo do Refino (ECR). Esse processo, inserido num ambiente com restrições de sistemas disponíveis, conhecimento dos participantes e as diretrizes que a companhia deve seguir, é executado pelas equipes de suprimento das refinarias, para atender aos usuários de peças de manutenção e os investidores da empresa, e pode ser cancelado ou patrocinado pela alta gerência da Petrobras. Dessa forma, foram identificados quatro diferentes visões do sistema: uma para cada um dos dois principais clientes do processo, uma para o ator e uma para o proprietário. Para cada uma dessas visões foi elaborado um modelo conceitual, considerando as transformações permitidas pela Gestão do ECR. Adicionalmente, foi elaborado um modelo conceitual descrevendo o processo de transformação de forma detalhada. Esses cinco modelos serão descritos nos tópicos seguintes.

4.2.3 Modelos Conceituais

Tendo em mãos as informações já coletadas durante o Mapeamento Inicial e pelo modelo de relacionamento entre o PQR, Definição-Raiz e CATWOE, é possível definir os modelos conceituais para cada um dos agentes que se relacionam com o ECR.

A Figura 4 apresenta o modelo conceitual sob a ótica dos usuários dos materiais MRO. Nesse modelo destaca-se o processo de transformação “Gestão do ECR” que permite que estoques intercambiáveis sejam compartilhados. Do lado direito do mapa são apresentados os resultados diretamente relacionados a esses clientes e, do lado esquerdo, os requisitos que mitigam os riscos (derivados do Mapeamento Inicial), também sob a visão desses clientes.

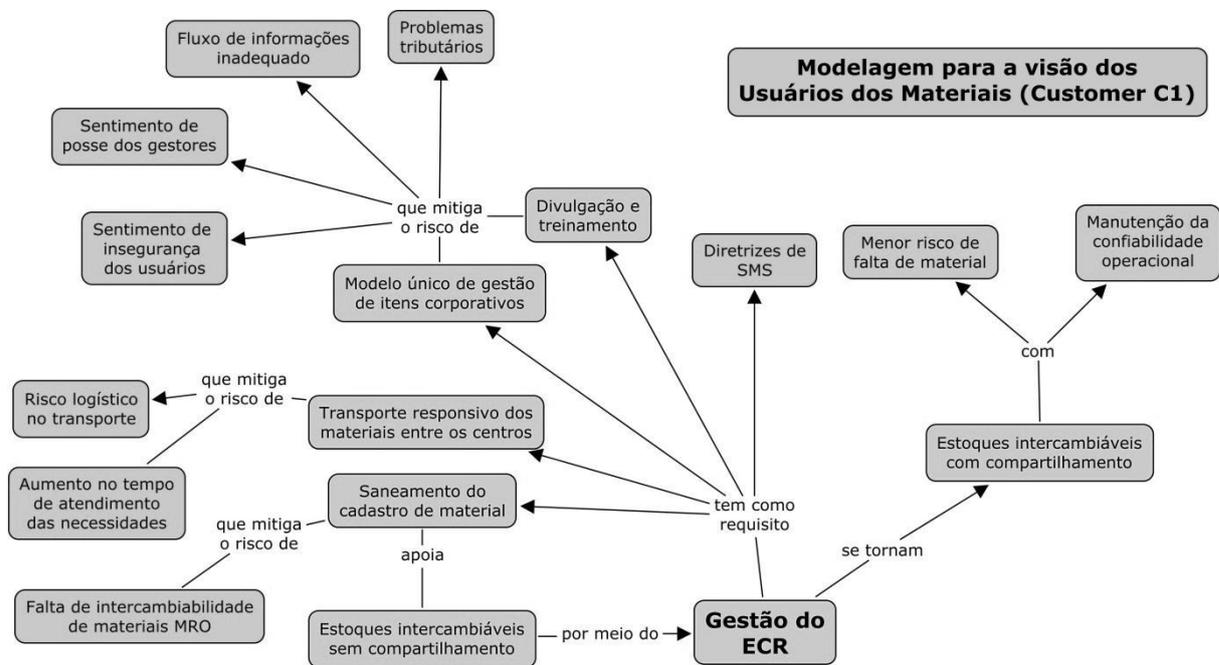


Figura 4: Modelo conceitual da visão dos Usuários de Materiais

A Figura 5, por sua vez, apresenta o modelo sob a visão dos investidores na Petrobras (pessoas físicas proprietárias de ações da empresa, cotada em bolsa e o governo brasileiro). De forma análoga, o lado direito do mapa representa aos resultados segundo as perspectivas desses clientes e o lado esquerdo aos riscos e requisitos.

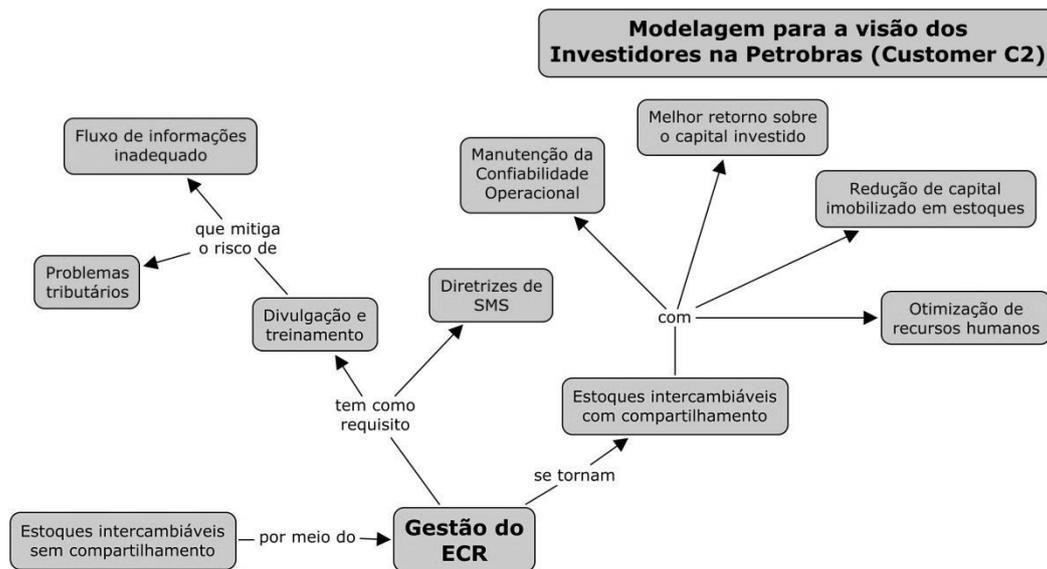


Figura 5: Modelo conceitual da visão dos Investidores na Petrobras

A Figura 6, da mesma forma que as anteriores, se divide em resultados, riscos e requisitos, além do processo de transformação, segundo as perspectivas dos proprietários do processo, ou seja, a alta gerência da companhia.



Figura 6: Modelo conceitual da visão da Alta Gerência da Petrobras

Finalmente, a Figura 7 se dedica à descrição da visão dos executantes do processo de Gestão do ECR. Esses atores que são os responsáveis, não só pela execução das atividades que compõe o processo, mas também por observar de forma crítica e promover a sua atualização, mantendo-o aderente às necessidades da empresa. O lado esquerdo do mapa apresenta os requisitos, também executados por esses atores, para mitigação dos riscos elencados. O lado direito apresenta, além dos resultados segundo o ponto de vista desses participantes, o cálculo de parâmetros de ressurgimento para a

demanda consolidada dos materiais centralizados, outro processo de transformação que está intimamente relacionado com a Gestão do ECR.

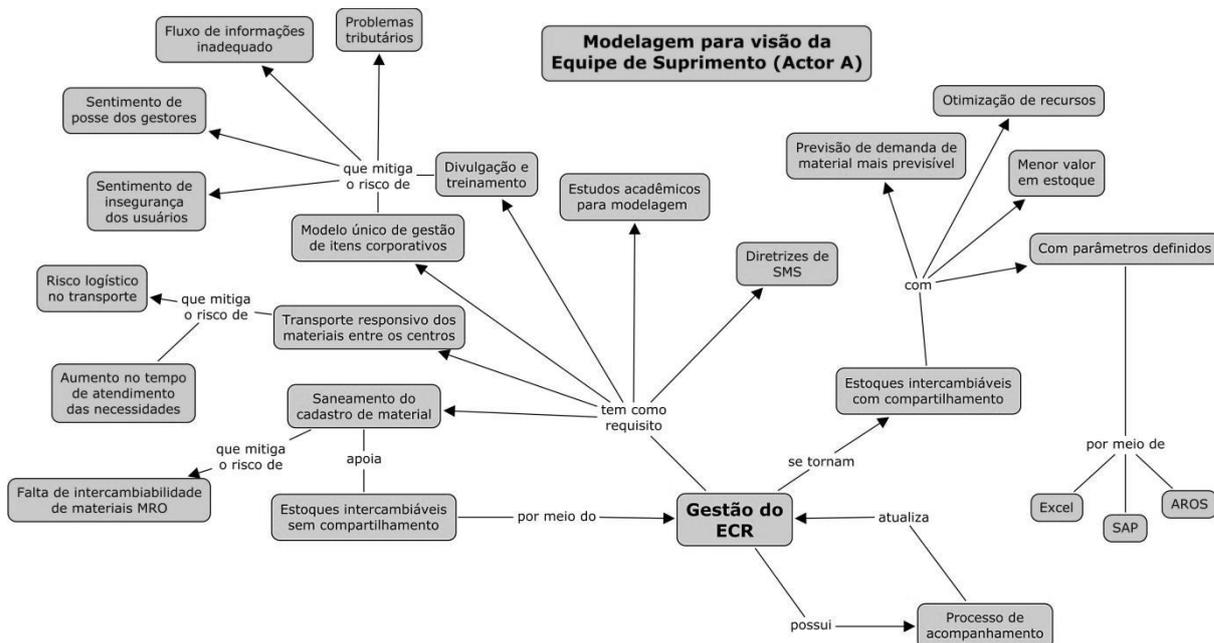


Figura 7: Modelo conceitual da visão da Equipe de Suprimento

4.3 O Processo de Gestão do Estoque Corporativo do Refino (ECR)

O modelo conceitual para descrever o processo de Gestão do Estoque Corporativo do Refino (Figura 8) foi desenhado considerando:

- (i) Os diferentes resultados esperados sob a ótica dos envolvidos;
- (ii) A consolidação dos requisitos para mitigação dos riscos já identificados e;
- (iii) A relação com os processos de apoio e subdivisões do problema permitindo que sua execução se dê de forma completa e sua implementação na Petrobras seja eficaz.

De forma detalhada, o problema se divide em dois subproblemas: a seleção de itens participantes e a localização dos estoques. Ambos os subproblemas devem possuir um processo de revisão para garantir que, quando houver alteração nas necessidades das refinarias ou no aquecimento do mercado fornecedor, o ECR se adapte ao novo cenário. Foi clusterizado, em outro mapa conceitual, uma região existente no mapeamento original do processo de transformação. Esse cluster, que não será tratado nesse trabalho, descreve os conceitos utilizados pela ferramenta de otimização de sobressalentes, por meio de simulação de alocação de recursos (denominada AROS).

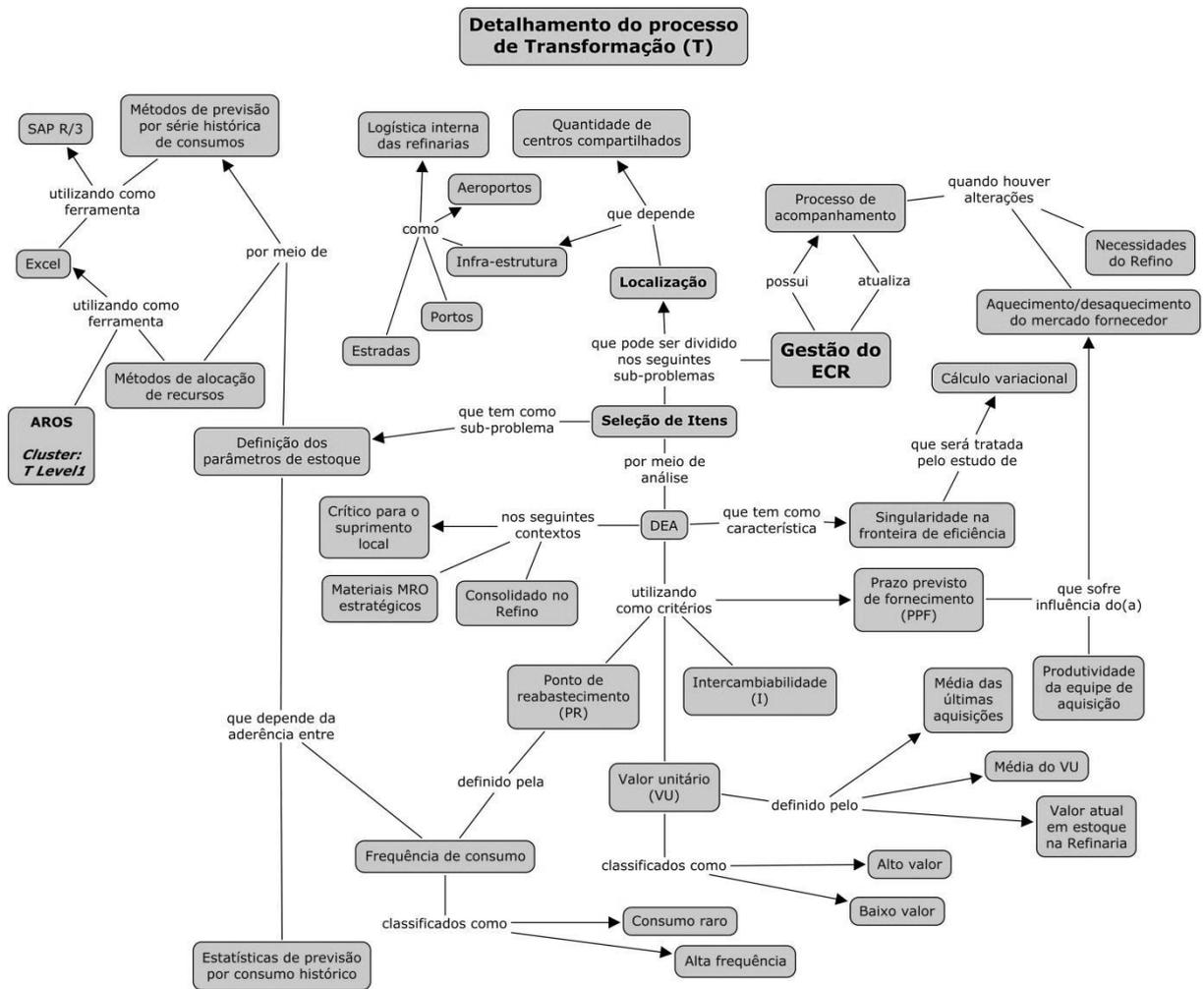


Figura 8: Modelo conceitual da Gestão do ECR

O primeiro subproblema, objetivo de análise no presente trabalho, depende de uma série de informações que foram supridas por meio de consultas ao sistema de informação da Petrobras (SAP ERP). Na Figura 8 o subproblema da seleção de itens compreende toda a parte inferior do mapa conceitual. Para cada um dos materiais MRO que passarão a integrar o Estoque Corporativo será necessária a definição de um método de cálculo de parâmetros de ressurgimento segundo a sua demanda consolidada. Esse subproblema se relaciona intimamente com o processo de Gestão do ECR e, apesar de não fazer parte do presente trabalho, é identificado como condição de sucesso para a sua implementação. Muita literatura sobre esse assunto está disponível, dentre elas várias que foram citadas na revisão bibliográfica deste estudo.

O segundo subproblema, o da localização dos estoques centralizados, foi tratado internamente na Petrobras por um grupo de trabalho. Seu objetivo foi estudar as opções de armazenamento centralizado de materiais e definir a melhor solução evitando a

necessidade de novos investimentos em construção de infraestrutura de armazenagem. Esse estudo, que não faz parte do presente trabalho, levou em consideração as variáveis aqui destacadas: configurações logísticas internas e externas das refinarias.

5. Modelagem e Implementação do DEA

Essa seção apresenta a implementação da modelagem DEA para o problema do Estoque Corporativo do Refino da Petrobras, utilizando como banco de dados as informações do SAP ERP da companhia correspondentes ao mês de agosto de 2012. Foram levantados mais de 56.000 códigos de materiais (NM - Número de Material) presentes nas 13 refinarias e que somavam, na data, USD 160 milhões. Dado que o objetivo é gerir materiais de forma corporativa, uma condição existente é que o mesmo material esteja presente em pelo menos duas unidades. Dessa forma, desse primeiro banco de dados, foram excluídos todos os materiais com uso exclusivo em uma refinaria e foi gerado um segundo banco de dados contendo 5.500 NM, somando USD 22 milhões.

5.1 Identificação dos Critérios e Levantamento de Dados

Para a definição dos critérios que seriam utilizados na modelagem, foi elaborado um mapa conceitual identificando a relação entre as características dos materiais, conforme Figura 9. As características diretamente relacionadas aos materiais são: GM - Grupo de Mercadoria (identifica o tipo de material), VU - Valor Unitário, PR - Ponto de Ressuprimento, SUBST - Existência de Substituto para a Necessidade, RF - Risco da Falta, PPF - Prazo Previsto de Fornecimento, L - Localização, I - Intercambiabilidade do Material (número de refinarias que compartilham esse item) e TL - Tamanho do Lote.

As características “Existência de Substituto para a Necessidade” (SUBST) e “Risco da Falta” (RF) são altamente subjetivas e podem ser desconsideradas já que a característica “Ponto de Ressuprimento” (PR) apresenta de forma mais objetiva a necessidade de segurança operacional das primeiras. O PR multiplicado pelo “Valor Unitário” (VU) corresponde ao valor imobilizado em estoque naquela refinaria, dado mais importante que os dois anteriores isolados e, portanto, essa característica derivada das primeiras foi denominada **VU*PR** e definida como determinante para o estudo (marcada em negrito na Figura 9).

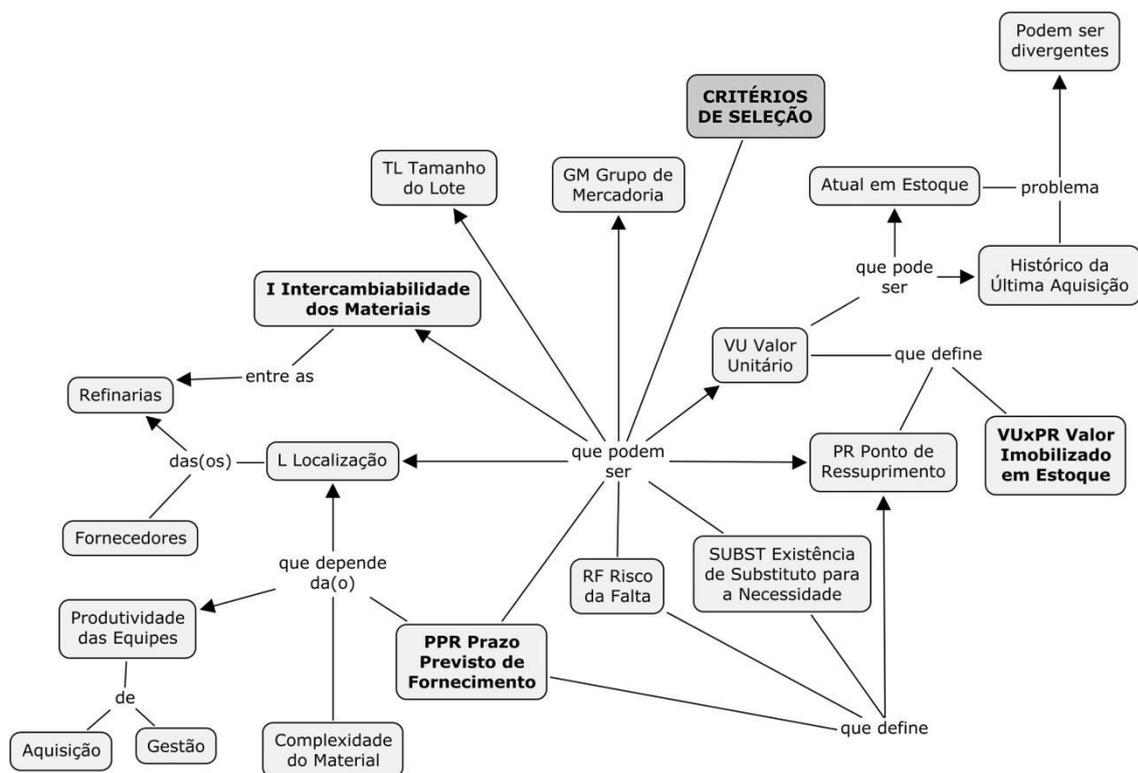


Figura 9: Relação entre as características dos materiais

A característica “Prazo Previsto de Fornecimento” (PPF) é dada em número de dias e depende da “Localização” (L), da produtividade das equipes e da complexidade do material. O PPF foi considerado mais adequado, pois as demais são mais subjetivas, além de possuírem diversas medidas divergentes de resultado. “Grupo de Mercadoria” (GM) e “Tamanho do Lote” (TL) também foram desconsiderados, já que materiais de uso estratégicos tendem a ser adquiridos em lotes unitários (ou na quantidade igual à consumida) e pelo fato de que o tipo de material não seria determinante, exceto pela interferência no PPF, já considerado. Finalmente, uma terceira característica definida como determinante: “Intercambiabilidade do Material” (I), ou seja, o número de refinarias que dependem daquele material para sua continuidade operacional.

Dessa forma $VU \times PR$ e PPF representam de forma objetiva a criticidade de um item em uma determinada refinaria e I representa o quanto aquele material é compartilhável com as demais. Foram então levantadas essas informações para todos os 5.500 “Números de Material” (NM) considerados. O banco de dados foi organizado de forma decrescente de acordo com o “Valor Imobilizado em Estoque” ($VU \times PR$) e foram classificados em dois grupos: Grupo A para aqueles que somados representavam 80%

do valor imobilizado e Grupo B para os demais. Todos os 913 NM participantes do Grupo A possuem valor imobilizado, por refinaria, maior que USD 4.317, são intercambiáveis entre pelo menos duas refinarias e não fazem parte de materiais de SMS, ou seja, não são obrigados por legislação ou padrões corporativos da empresa a estar localizados internamente nas refinarias.

5.2 DEA Clássico e a Eficiência Radial Clássica (EfC)

Esses 913 NM foram desagregados por refinaria e foram gerados códigos concatenados de Centro (código da refinaria) e NM. Esses códigos concatenados, que totalizam 2.647, foram definidos como as DMUs a serem modeladas pelo DEA na visão das variáveis selecionadas. O modelo utilizado foi o de retornos variáveis de escala (VRS), implementado no software IDEAL 2.0 (Lins *et al.*, 2011).

O modelo foi orientado aos outputs e o vetor unitário foi utilizado como valor de input para a execução do primeiro passo do DEA. O objetivo desse primeiro passo é a determinação da fronteira clássica e dos valores da Eficiência Radial (EfC), considerando a projeção das DMUs nessa fronteira. A Figura 10 apresenta o resultado dessa etapa, sendo as faces mais escuras a fronteira Pareto-Eficiente.

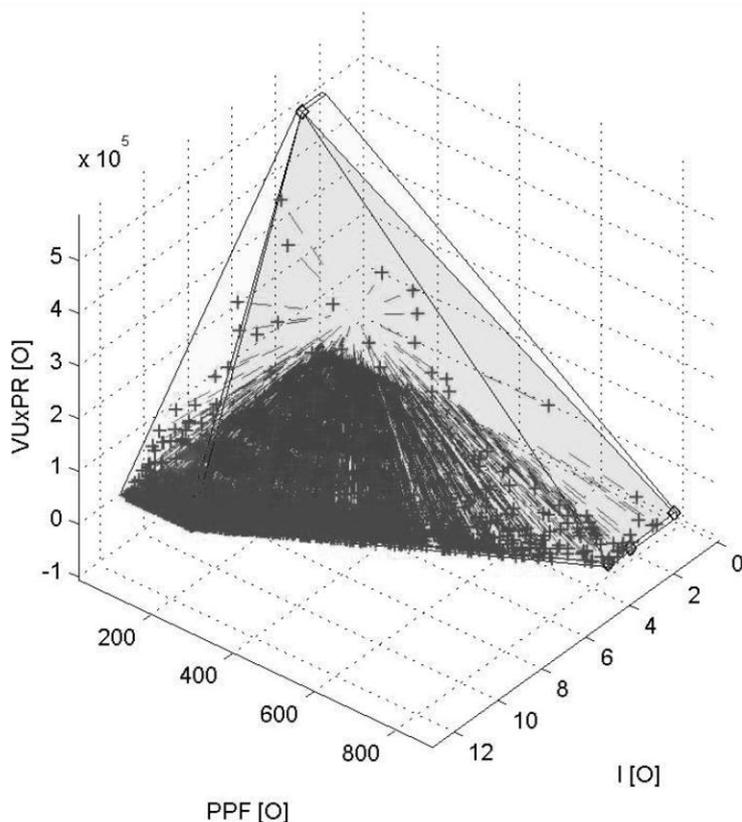


Figura 10: Fronteira de Eficiência com projeções radiais das DMUs ineficientes

Nessa fronteira foram observadas 17 DMUs eficientes ($EfC = 1$). Dessas, cinco são DMUs fortemente eficientes (chamadas de *k-Ef*) e doze são fracamente eficientes (chamadas de *k-Inef*). Essas doze *k-Inef* encontram-se em regiões Pareto-Ineficientes devido à existência de outra DMU, ou uma combinação de DMUs, com dominância naquela região da fronteira. Após a identificação das *k-Inef*, uma nova rodada do modelo foi executada, desta vez implementando tanto o VRS dos multiplicadores quanto o VRS do envelope, considerando como DMUs apenas o grupo formado pelas 5 *k-Ef* e 12 *k-Inef*, incluindo ainda o seguinte artifício matemático: para as *k-Inef* foi aplicada uma penalização de 2% no valor da variável que era dominada pelas *k-Ef*. Dessa forma foi possível observar em qual região da Fronteira Pareto-Eficiente as *k-Inef* eram projetadas (Figura 11), movê-las para fora da fronteira para os passos seguintes do trabalho e determinar o valor de sua EfC adaptada.

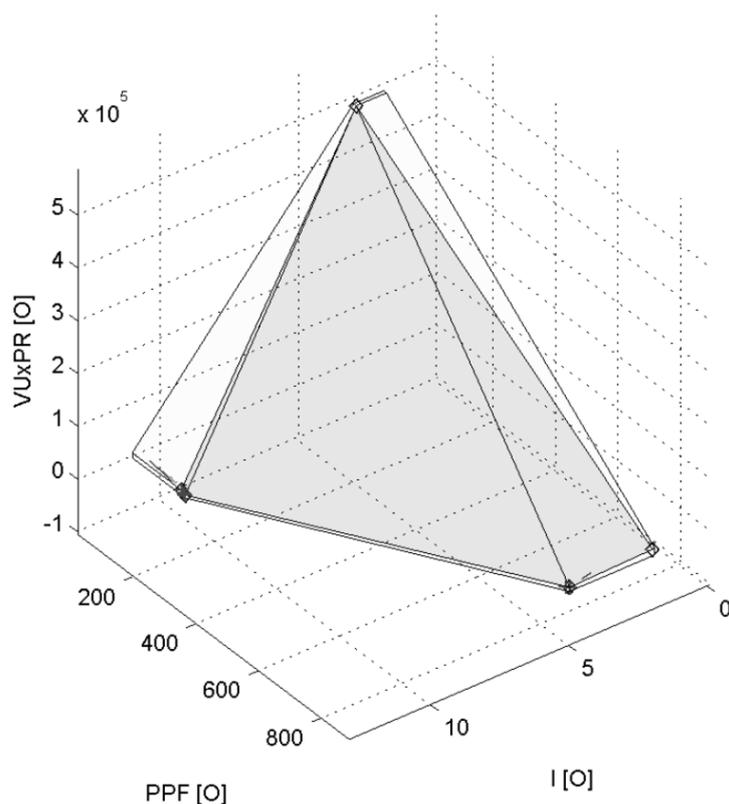


Figura 11: Fronteira de Pareto-Eficiente para as DMUs k-Ef e k-Inef

5.3 Eficiência Não-Radial de Russel (EfR)

A terceira etapa da implementação considerou os dados utilizados na primeira etapa em conjunto com as *k-Inef* com variáveis penalizadas, e foram executados os modelos VRS orientados aos outputs para multiplicadores e envelope. Nessa etapa

identificou-se a combinação das 5 *k-Ef* que gerava o ponto de projeção das DMUs ineficientes, considerando dessa forma apenas as faces Pareto-Eficientes (Figura 12). Após a identificação das projeções, foi possível calcular a Eficiência Não-Radial de Russel (EfR) por meio do Modelo de Alvos Preferenciais em DEA (Lins *et al.*, 2007). Esse modelo permite escolher o alvo de uma determinada DMU ineficiente de forma prévia e, em seguida, calcular a sua eficiência com relação àquele alvo, considerando as folgas do modelo de programação linear.

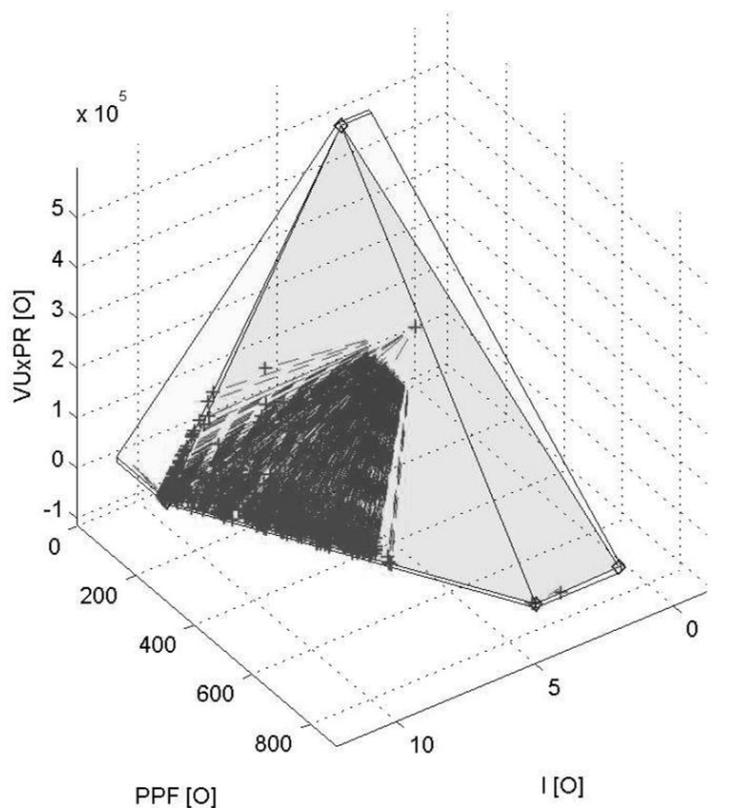


Figura 12: DMUs projetadas apenas na Fronteira Pareto-Eficiente

Os resultados dessa terceira etapa foram consolidados em uma planilha contendo o “Número do Material” (NM) sob a ótica de cada uma das refinarias que o utilizam, os valores de suas três variáveis (I, PPF e VUxPR), o valor de EfC e EfR e o ponto de projeção na fronteira. A partir dessa planilha foi possível consolidar as informações por material e enviá-las aos especialistas em gestão de demanda do Refino para avaliação da proposta de ordenação da importância (pelo maior EfR de cada NM) de cada material no Estoque Corporativo. Essa proposta foi aprovada e a listagem resultante, ordenada pela Eficiência de Russel para cada um dos itens, foi consolidada.

Dado que um dos objetivos do trabalho era a formação de um estoque de itens compartilháveis que totalizava cerca de USD 10 milhões, e tendo em mãos a listagem

ordenada por importância, estipulou-se um valor de corte para o EfR a partir do qual os materiais seriam indicados para a participação no ECR. Todos os NMs cujo EfR máximo seja acima de 0,3 serão geridos corporativamente em um estoque centralizado, os demais não. A partir dessa regra, foram gerados dois relatórios que foram entregues à gerência solicitante do estudo (exemplificados pelas Tabelas 3 e 4). O primeiro apresentando os itens apontados pelo modelo como participantes do ECR e o segundo apresentando os itens não-participantes.

Tabela 3: Exemplo de itens participantes do ECR

Material	Eficiência R	# UO	Vlr Imob.	PPF Médio
10.000.235	0,51	6	6.777	64
10.001.188	0,41	2	43.412	172
10.001.216	0,64	2	22.434	306
10.001.861	0,64	7	7.343	66
10.003.800	0,63	7	6.962	81
10.005.106	0,85	6	407.979	94
10.005.131	0,59	7	4.410	77
10.005.136	0,59	7	5.354	60
10.006.528	0,37	3	10.694	109
10.006.529	0,37	3	6.135	125
10.007.120	0,67	9	5.674	45
10.007.134	0,75	10	5.906	48
10.007.135	0,65	9	6.458	39
10.007.136	0,65	9	5.739	41
10.008.565	0,35	3	5.190	119
10.008.624	0,69	2	13.087	398

Tabela 4: Exemplo de itens não-participantes do ECR

Material	Eficiência R	# UO	Vlr Imob.	PPF Médio
10.001.240	0,22	2	5.982	88
10.005.582	0,21	2	8.019	60
10.008.566	0,25	2	5.239	114
10.008.575	0,25	2	5.585	98
10.008.623	0,33	2	7.273	229
10.009.264	0,26	2	6.693	99
10.011.471	0,21	2	14.447	32
10.011.472	0,25	2	9.658	88
10.011.487	0,24	2	13.575	85
10.011.488	0,26	2	6.400	100
10.011.529	0,32	3	4.112	79
10.011.531	0,32	3	5.089	82
10.011.842	0,29	2	9.566	105
10.012.062	0,33	2	14.155	206

Dessa forma, foi resolvido o problema da seleção dos materiais para participação no ECR quando o universo considerado são aqueles que fazem parte do estoque atual do Refino da Petrobras.

5.4 Suavização da Fronteira DEA

Dado que existe a necessidade de prever como validar novos materiais que serão cadastrados no estoque das refinarias, e que não é adequado propor novas rodadas do modelo DEA todas as vezes que houver atualizações devido ao tempo necessário para tal, foi implementado o modelo de suavização da fronteira DEA com objetivo de criar uma curva parametrizada, diferenciável em todas as regiões da fronteira, e que permita o cálculo da Eficiência DEA Suavizada (EfS) para DMUs virtuais. Para a geração de tal curva foram consideradas as cinco DMUs *k-Ef* (Tabela 5).

Tabela 5: Valores das variáveis para as 5 DMUs *k-Ef*

<i>DMU k-Ef</i>	<i>I</i>	<i>PPF</i>	<i>VUxPR</i>
1050-10011505	11	180	4.345
1150-10011505	11	193	116
1700-10098057	5	891	2.938
1700-10190179	2	891	7.499
1200-10250690	3	32	486.362

A formulação (14) representa o modelo de suavização da fronteira DEA, com origem no problema variacional apresentado na equação (11.3). Foram definidos como limites de integração para (14.1) os valores mínimos e máximos das variáveis *I* e *PPF* das DMUs eficientes, sendo *VU*PR* a variável dependente em $u(x, y)$. A restrição (14.2) garante que as DMUs eficientes farão parte da superfície, (14.3) garante a fronteira decrescente e (14.4) garante sua convexidade.

Implementação do modelo de suavização da fronteira DEA	(14)
$Min \left[\int_2^{11} \int_{32}^{891} 1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dx dy \right]$	(14.1) da equação (11.3)
<i>s.a.:</i> $u(x_i, y_i) = u_0(x_{i0}, y_{i0}) \quad i = 1, \dots, 5$	(14.2) da equação (13.1)
$\frac{\partial u}{\partial x} \leq 0 \text{ e } \frac{\partial u}{\partial y} \leq 0, \text{ para } x = 11 \text{ e } y = 891$	(14.3) da equação (13.3)
$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \leq 0 \text{ e } \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \leq 0, \forall x, y$	(14.4) da equação (13.4)

Como os valores mínimo e máximo da função $g = \sqrt{f}$ são os valores mínimo e máximo da função não negativa f , por facilidade computacional, podemos minimizar o quadrado da área da superfície ao invés da área. Por esse motivo foi retirada a radiciação na equação (14.1), existente na original (11.3).

A equação (15) apresenta a forma de $u(x, y)$ que, para o modelo tridimensional com 5 DMUs eficientes, é do 2º grau com duas variáveis independentes.

Forma de $u(x,y)$, segundo Mello *et al* (2004) (15)

$$u = ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f$$

$$x \rightarrow I [2, \dots, 11]$$

$$y \rightarrow PPF [32, \dots, 891]$$

$$u_0 \rightarrow VUxPR [166, \dots, 486362]$$

A forma numérica do problema de programação quadrática, de acordo com a formulação definida por (14) e (15), está apresentada em (16).

Forma numérica do modelo de suavização da fronteira DEA (16)

$$\text{Min } \{2577[3 + 588a^2 + 3293668b^2 + 823564c^2 + 2769cd + 3d^2 + 39a(923c + 2d) + 39ce + 3e^2 + 2769b(13c + 2e)]\} \quad (16.1)$$

$$\text{s.a.: } 121a + 32400b + 1980c + 11d + 180e + f = 4345 \quad (16.2)$$

$$121a + 37249b + 2123c + 11d + 193e + f = 116 \quad (16.3)$$

$$25a + 793881b + 4455c + 5d + 891e + f = 2938 \quad (16.4)$$

$$4a + 793881b + 1782c + 2d + 891e + f = 7499 \quad (16.5)$$

$$9a + 1024b + 96c + 3d + 32e + f = 486362 \quad (16.6)$$

$$1782b + 11c + e \leq 0 \quad (16.7)$$

$$22a + 891c + d \leq 0 \quad (16.8)$$

$$2a \leq 0 \quad (16.9)$$

$$2b \leq 0 \quad (16.10)$$

A solução de tal problema, por meio do software Wolfram Mathematica 9, permite a definição da função para a fronteira suavizada (17), que pode ser plotada conforme Figura 13 (os pontos destacados são as cinco DMUs k-Ef).

$$u(x, y) = -4088,24x^2 + 28,0512xy + 2103,74x - 633,87y + 534736 \quad (17)$$

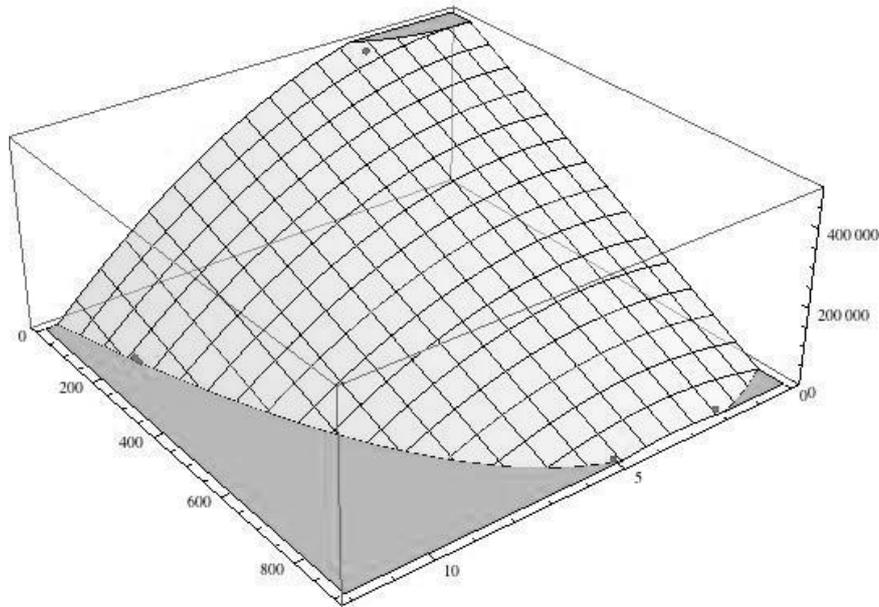


Figura 13: Gráfico da Fronteira DEA Suavizada

Para validar o resultado do modelo de suavização da fronteira, foi implementado, também no Wolfram Mathematica 9, o método dos mínimos quadrados para a obtenção de uma função suavizada $w(x, y)$ que passa na vizinhança das 5 DMUs eficientes, cujo resultado está expresso na equação (18), muito semelhante à (17).

$$w(x, y) = -4868,96x^2 - 0,0849504y^2 + 21,9836xy + 12975x - 535,441y + 506368 \quad (18)$$

Entretanto, dado que quão menor a área da superfície da fronteira dentro dos limites da integração, mais aderente ao conjunto de hiperplanos da fronteira original está a fronteira suavizada, comparou-se o resultado da integração de (14.1) para $u(x, y)$ e $w(x, y)$. Como pode ser observado em (19.1) e (19.2), o resultado numérico da integração é menor para $u(x, y)$. Dessa forma, pode-se afirmar que $u(x, y)$ é uma fronteira suavizada mais adequada ao problema que $w(x, y)$.

$$\int_2^{11} \int_{32}^{891} 1 + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 dx dy = 1,50855 * 10^{13} \quad (19.1)$$

$$\int_2^{11} \int_{32}^{891} 1 + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 dx dy = 1,76587 * 10^{13} \quad (19.2)$$

5.5 Cálculo da Eficiência DEA Suavizada (EfS)

O cálculo da Eficiência DEA Suavizada (EfS) é muito semelhante ao cálculo da Eficiência Clássica (EfC) radial do DEA, entretanto, ao invés de projetar as DMUs ineficientes nos hiperplanos da fronteira, projeta-se na fronteira suavizada dada pela equação (17). A formulação para o cálculo da EfS considera, para cada uma das n

DMUs, os valores das suas variáveis, multiplicados por um fator T , e substitui os mesmos na equação $u(x, y) = u_0$, ou seja:

Considerando os valores das variáveis da DMU_i

$$x_i \rightarrow I_i * T \quad (20.1)$$

$$y_i \rightarrow PPF_i * T \quad (20.2)$$

$$u_{0i} \rightarrow VUxPR_i * T \quad (20.3)$$

Substituindo (20.1), (20.2) e (20.3) em (17):

$$u(x, y) = -4088,24x^2 + 28,0512xy + 2103,74x - 633,87y + 534736 = u_0 \quad (17)$$

Temos a seguinte equação do segundo grau:

$$\begin{aligned} & -4088,24(I_i * T)^2 + 28,0512(I_i * T)(PPF_i * T) + 2103,74(I_i * T) - \\ & 633,87(PPF_i * T) + 534736 - (VUxPR_i * T) = 0 \end{aligned} \quad (20.4)$$

A equação do segundo grau (20.4) possui uma raiz positiva e uma negativa ao ser resolvida. A raiz positiva representa o inverso da razão entre a combinação das variáveis da DMU_i e a combinação das variáveis da sua projeção na fronteira suavizada. Portanto, por meio de (20.5) é possível calcular a Eficiência DEA Suavizada para qualquer DMU virtual que se queira analisar.

Sendo T_+ a raiz positiva da equação (20.4)

$$EfS_i = \frac{1}{T_+} \quad (20.5)$$

Segundo a regra definida anteriormente:

Para: $EfS_i \geq 0,3 \rightarrow$ *Indicação para Estoque Corporativo;*

$EfS_i < 0,3 \rightarrow$ *Indicação para Estoques Independentes.*

5.6 Comparação entre as Eficiências: Clássica, Russel e Suavizada

Para comparar os resultados obtidos pelos três modelos de cálculo de eficiência DEA, consolidou-se uma planilha contendo os inputs, a Eficiência Clássica, a Eficiência de Russel e a Eficiência Suavizada de cada um, exemplificada pela Tabela 6. Como era esperado, EfC, EfR e EfS apresentam valor 1 para todas as DMUs fortemente eficientes. Para as DMUs projetadas em regiões Pareto-ineficientes da fronteira, sejam elas fracamente eficientes ou ineficientes, o EfR apresentado tem valor bastante reduzido quando comparado com EfC e EfS, devido à presença das folgas que são consideradas apenas na eficiência de Russel.

Entretanto, apesar de tanto EfS e EfC serem calculadas pelo método radial, o valor da eficiência calculada em relação à fronteira suavizada é mais adequado pois carrega uma pequena parcela da folga gerada pela projeção em face Pareto-ineficiente, o que não acontece no cálculo clássico da eficiência DEA. Isso ocorre porque, diferentemente do que acontece com a fronteira formada por hiperplanos cujas faces Pareto-ineficientes são ortogonais nas intersecções com os eixos cartesianos, na fronteira suavizada existe apenas uma única curva que nunca forma 90° nessas intersecções. Essa característica garante que, para DMUs cuja projeção radial encontra-se em faces Pareto-ineficientes: $EfC_i > EfS_i > EfC_i$.

Tabela 6: Comparação entre EfC, EfR e EfS

DMU-ECR	I	PPF	VUxPR	Ef-Classica	Ef-Russel	t	u(I*t,PPF*t)	Ef-Suav
1250-10011505	10,78	55	36,08	0,98	0,52	1,066444	0,00	0,94
1700-10011505	10,78	56	1.977,92	0,98	0,75	1,064019	0,00	0,94
1200-10011505	10,78	84	106,20	0,98	0,49	1,056595	0,00	0,95
1300-10011505	10,78	90	398,16	0,98	0,52	1,054247	0,00	0,95
1500-10011505	10,78	90	357,01	0,98	0,81	1,054291	0,00	0,95
1100-10011505	10,78	100	464,27	0,98	0,83	1,050778	0,00	0,95
1550-10011505	10,78	125	254,80	0,98	0,87	1,042462	0,00	0,96
1450-10011505	10,78	146	321,49	0,98	0,62	1,035165	0,00	0,97
1400-10011505	10,78	159	516,06	0,98	0,93	1,030461	0,00	0,97
1050-10011505	11	180	4.344,54	1,00	1,00	1	0,00	1,00
1150-10011505	11	193	116,41	1,00	1,00	0,999999	0,00	1,00
1700-10097739	5	873	1.366,20	0,99	0,82	1,020598	(0,00)	0,98
1700-10097774	4	873	1.897,52	0,98	0,80	1,041696	0,00	0,96
1700-10098057	5	891	2.938,06	1,00	1,00	1,000001	0,00	1,00
1700-10098092	4	873	418,16	0,80	0,69	1,044923	(0,00)	0,96
1700-10190179	2	891	7.498,59	1,00	1,00	1,000002	0,00	1,00
1200-10250690	3	32	486.362,33	1,00	1,00	1	-	1,00
1050-10011510	10	180	10.466,63	0,93	0,93	1,08531	0,00	0,92
1700-10011510	10	56	13.831,15	0,92	0,72	1,130544	0,00	0,88
1050-10011511	10	180	6.537,23	0,92	0,92	1,090161	0,00	0,92
1200-10011510	10	90	3.984,68	0,91	0,77	1,129394	0,00	0,89
1450-10007134	10	45	270,37	0,91	0,68	1,151674	0,00	0,87
1050-10007134	10	60	757,05	0,91	0,71	1,145215	0,00	0,87
1150-10011511	10	38	366,51	0,91	0,67	1,154273	0,00	0,87
1350-10011510	10	106	2.405,43	0,91	0,80	1,125025	0,00	0,89
1500-10007134	10	30	290,84	0,91	0,66	1,157466	0,00	0,86
1450-10011511	10	114	642,90	0,91	0,56	1,124045	0,00	0,89
1300-10007134	10	30	18,02	0,91	0,36	1,157808	0,00	0,86
1250-10007134	10	30	81,11	0,91	0,36	1,157729	0,00	0,86
1250-10011511	10	85	351,57	0,91	0,49	1,135904	0,00	0,88
1400-10011510	10	75	752,51	0,91	0,74	1,13934	0,00	0,88
1100-10011510	10	100	1.991,85	0,91	0,78	1,127922	0,00	0,89
1400-10007134	10	30	144,20	0,91	0,66	1,15765	0,00	0,86
1450-10011510	10	158	596,77	0,91	0,64	1,106454	0,00	0,90
1350-10011511	10	60	1.964,95	0,91	0,56	1,143706	0,00	0,87
1500-10011510	10	90	542,51	0,91	0,51	1,133691	0,00	0,88
1500-10011511	10	162	831,16	0,91	0,67	1,104545	0,00	0,91

5.7 Validação do Modelo

Para a validação do modelo, levantou-se um grupo de 44 materiais que já faziam parte do Estoque Corporativo do Refino. Esses itens foram escolhidos por um grupo de

técnicos em gestão da demanda para testar a solução de centralização de estoques, e prever possíveis problemas de sistema e processos que poderiam ocorrer na implementação final do projeto. Por princípio, esses materiais com características de alto valor e intercambiabilidade entre as refinarias deveriam fazer parte dos itens selecionados pelo modelo matemático quando considerados como DMUs virtuais. Para essa avaliação, calculou-se a Eficiência DEA Suavizada pelo conjunto de equações (20) e o resultado pode ser observado na Tabela 7.

Tabela 7: Implementação da Eficiência DEA Suavizada para DMUs virtuais

DMU-ECR	I	PPF	VUxPR	t	$u(I*t,PPF*t)$	Ef-Suav
ECR-P-10024502	4	180	13.438,84	2,364455	0,00	0,42
ECR-P-10601548	3	270	27.943,62	2,364252	(0,00)	0,42
ECR-P-10001188	4	180	17.026,74	2,33916	(0,00)	0,43
ECR-P-10093121	3	180	29.910,29	2,719038	(0,00)	0,37
ECR-P-10005581	4	120	11.775,69	2,532865	(0,00)	0,39
ECR-P-10024406	5	120	14.087,95	2,07869	0,00	0,48
ECR-P-10055507	3	180	13.875,49	2,89827	0,00	0,35
ECR-P-10032033	4	180	7.132,30	2,409823	(0,00)	0,41
ECR-P-10181583	3	180	39.778,39	2,617044	0,00	0,38
ECR-P-10058557	3	180	13.520,33	2,902439	0,00	0,34
ECR-P-10024403	5	120	7.771,24	2,109165	(0,00)	0,47
ECR-P-10024158	4	180	4.254,96	2,43091	(0,00)	0,41
ECR-P-10027168	3	180	5.168,09	3,003116	(0,00)	0,33
ECR-P-10651233	3	360	10.251,45	2,170399	0,00	0,46
ECR-P-10601378	4	270	11.606,29	2,141653	(0,00)	0,47
ECR-P-10024086	6	180	9.258,31	1,716476	(0,00)	0,58
ECR-P-10020903	4	270	3.704,84	2,194748	0,00	0,46
ECR-P-10014073	4	120	5.165,52	2,582322	0,00	0,39
ECR-P-10024163	5	180	4.979,79	2,022674	0,00	0,49
ECR-P-10075612	6	180	914,71	1,744727	0,00	0,57
ECR-P-10024155	4	180	4.150,67	2,431679	(0,00)	0,41
ECR-P-10029984	4	180	4.947,19	2,425815	(0,00)	0,41
ECR-P-10024160	5	180	1.968,54	2,037245	(0,00)	0,49
ECR-P-10097463	4	180	5.340,32	2,422927	(0,00)	0,41
ECR-P-10088910	4	180	4.346,88	2,430233	(0,00)	0,41
ECR-P-10234095	5	120	3.271,49	2,131193	(0,00)	0,47
ECR-P-10024507	7	120	3.119,35	1,566025	0,00	0,64
ECR-P-10023530	2	180	36.498,04	3,210461	(0,00)	0,31
ECR-P-10097493	3	270	50.358,89	2,174347	(0,00)	0,46
ECR-P-10026226	2	120	70.464,75	3,103882	(0,00)	0,32
ECR-P-10056620	2	180	34.804,83	3,239838	(0,00)	0,31
ECR-P-10076172	2	180	23.323,42	3,452314	(0,00)	0,29
ECR-P-10060170	2	360	26.579,46	2,207692	(0,00)	0,45
ECR-P-10078311	2	360	22.289,02	2,249029	(0,00)	0,44
ECR-P-10086046	2	360	34.784,21	2,132869	(0,00)	0,47
ECR-P-10649955	2	360	25.710,53	2,215936	(0,00)	0,45
ECR-P-10175367	2	120	23.421,35	3,99647	(0,00)	0,25
ECR-P-10363852	2	120	69.209,52	3,123268	(0,00)	0,32
ECR-P-10024139	4	180	4.961,91	2,425706	(0,00)	0,41
ECR-P-10020927	3	180	9.609,09	2,948954	(0,00)	0,34
ECR-P-10025336	3	360	6.069,79	2,205798	0,00	0,45
ECR-P-10169921	3	360	5.798,20	2,208135	0,00	0,45
ECR-P-10032441	4	180	6.443,87	2,414846	(0,00)	0,41
ECR-P-10031442	3	180	8.072,43	2,967531	(0,00)	0,34

Pode-se perceber que, dentre essas 44 DMUs virtuais, apenas duas têm o valor de eficiência menor que aquele estipulado como condição para participação no Estoque

Corporativo (Eficiência > 0,3). Esses dois itens têm como característica comum o fato de possuírem baixa intercambiabilidade, prazo de fornecimento médio (entre 100 e 200 dias) e valor imobilizado em estoque menor que US\$ 100 mil.

Com esse resultado em mãos pode-se considerar que o modelo de seleção de itens participantes de um estoque compartilhado está concluído e validado. A sua aplicação nas unidades de refino da Petrobras se dará pela implementação da equação (20.4) para cada conjunto de variáveis dos materiais a serem analisados. Dessa forma é possível identificar, de forma ágil, se novos materiais devem ou não fazer parte do Estoque Corporativo do Refino.

6. Conclusão

O problema da gestão do suprimento de peças de reposição, apesar de tratado profundamente em alguns estudos, está inserido num contexto de preferências pessoais e escolhas que não são, necessariamente, as melhores visando à continuidade operacional de uma unidade de produção. Por esse motivo, o presente trabalho considerou importante tanto a análise do cenário sob a ótica do mapeamento de problemas complexos, bem como a modelagem matemática, suas soluções propostas e validações técnicas. A metodologia DEA foi escolhida como parte central do trabalho por permitir um bom relacionamento entre a etapa qualitativa do problema e a sua solução matemática final para o cálculo da eficiência por meio de uma fronteira suavizada.

Mesmo conhecendo as limitações da fronteira suavizada e do cálculo da eficiência de forma radial, a sua utilização agregou à solução a possibilidade de elaboração de uma equação que permite o cálculo de eficiência para DMUs virtuais, que não tenham participado do estudo original. Por meio dessa equação foi possível criar uma regra de seleção para uma rápida definição sobre a participação de novos materiais no Estoque Corporativo do Refino e, ainda, estender a execução dessa análise para as equipes técnicas locais das refinarias, sem a necessidade de implementação de todo o modelo DEA novamente. Essa regra pode ser utilizada pela Petrobras, de forma simplificada, até que haja necessidade de uma nova revisão completa no modelo, ou seja, quando diversas variáveis externas e internas à Petrobras mudarem (cenário macro-

econômico e industrial do país, processos corporativos da companhia, novas refinarias e até o compartilhamento de materiais entre áreas de negócio diferentes na empresa).

Os itens selecionados nesse estudo foram divididos em duas ondas de implementação, sendo centralizados primeiro aqueles com característica de consumo muito baixo e alto valor, e os demais materiais em seguida. A primeira onda compreende 224 materiais cujo valor em estoque total será reduzido de USD 5,7 milhões para USD 4,2 milhões (redução de 26% do montante imobilizado em estoque). Os parâmetros desses itens foram definidos pela equipe técnica do refino, seguindo a premissa de não reduzir a confiabilidade das unidades. Essa primeira onda tem a sua execução planejada para o ano de 2013 e, no ano seguinte, os demais materiais farão parte do compartilhamento de estoques.

Vale lembrar que a implementação do modelo proposto deve ser realizada com o apoio dos agentes do processo (clientes, proprietários e atores), seguida de um monitoramento periódico. Esse monitoramento é necessário para identificar alterações no processo original à medida que a organização aprende com o novo cenário, pois, tipicamente, o processo de intervenção não é um evento discreto e sim um processo de várias fases, que apresentam problemas diferentes aos envolvidos.

7. Referências

- ARCHIBALD, T.W., SASSEN, S.A.E., THOMAS, L.C., 1997. An optimal policy for a two depot inventory problem with stock transfer. *Management Science*, Vol 43, No. 2 (1997), 173-183.
- BALLOU, Ronald H., 2001. *Gerenciamento da cadeia de suprimentos: planejamento, organização e logística empresarial*. 4a Ed.
- BANKER, R.D.; CHARNES. A.; COOPER, W.W.; 1984. Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science* Vol. 30, No 9, 1078-1092.
- BERGVALL-KAREBORN, B., MIRIJAMDOTTER, A., BASDEN, A., 2004. Basic principles of SSM Modeling: An examination of CATWOE from a soft perspective.
- BOGETOFT, Peter; OTTO, Lars; 2011. Benchmarking with DEA, SFA, and R. *International Series in Operations Research & Management Science*, Vol. 157.
- CHARNES, A.; COOPER, W.W.; RHODES, E.; 1978. Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research* 2, 429-444.
- CHECKLAND, P.B., POULTER, J., 2006. Learning for action: A short definitive account of Soft Systems Methodology and its use for Practitioners. Chapter 5. John Wiley and Sons Limited.
- CHECKLAND, P.B., SCHOLLES, J., 1999. *Soft Systems Methodology in action: A 30-year retrospective*, Wiley, New York.
- CROSON R., DONOHUE K. 2002. Experimental Economics and Supply-Chain Management. *Interfaces* Vol. 32, Nº 5, 74-82.
- FÄRE, Rolf; LOVELL C.A. Knox; 1978. Measuring the Technical Efficiency of Production. *Journal of Economic Theory* 19, 150-162.
- GHOBBAR. A. A., FRIEND, C.H., 2003. Evaluation of forecasting methods for intermittent parts demand in the field of aviation: a predictive model. *Computers & Operations Research*, Vol 30, 2097-2114.
- GOLANY, B.; ROLL, Y.; 1989. An Application Procedure for DEA. *Omega International Journal of Management Science*, Vol. 17, No. 3, 237-250.
- HUISKONEN, Janne, 2001. Maintenance spare parts logistics: Special characteristics and strategic choices. *International Journal of Production Economics* 71 (2001), 125-133.
- KANG, Jae-Hun, KIM, Yeong-Dae. 2012. Inventory control in a two-level supply chain with risk pooling effect. *International Journal of Production Economics* 135, 116-124.
- KENNEDY, W.J., PATTERSON, J.W., FREDENDALL, L.D., 2001. An overview of recent literature on spare parts inventories. *International Journal of Production Economics* 76 (2002), 201-215.

- KUTANOGLU, E., MAHAJAN, M. 2009. An inventory sharing and allocation method for a multi-location service parts logistics network with time-based service levels. *European Journal of Operational Research* 194, 728-742.
- LINS, M.P.E.; MEZA, L.A.; SILVA, A.C.M; 2004. A multi-objective approach to determine alternative targets in data envelopment analysis. *Journal of the Operations Research Society* 55, 1090-1101.
- LINS, M.P.E.; OLIVEIRA, L.B.; SILVA, A.C.M.; ROSA, L.P.; PEREIRA, A.O.; 2011. Performance assessment of Alternative Energy Resources in Brazilian power sector using Data Envelopment Analysis. *Renew Sustain Energy Review*, doi:10.1016/j.rser.2011.09.010.
- LINS, M.P.E.; SOLLERO, M.K.V.; CALOBA, G.M.; SILVA, A.C.M; 2007. Integrating the regulatory and utility firm perspectives, when measuring the efficiency of electricity distribution. *European Journal of Operational Research* 181, 1413-1424.
- MANUHOHO, P., 2005. Follow-up planning tool for material planning, delivery management, and stock control in well-connection material. *Asia Pacific Oil & Gas Conference and Exhibition*.
- MEEKS, W.H.; PEREZ, Joaquim; 2011. The Classical Theory of Minimal Surfaces. *Bulletin of the American Mathematical Society* 48, 325-407.
- MELLO, J.C.C.B.S.; GOMES, E.G.; MELLO, M.H.C.S.; LINS, M.P.E.; 2001. Seleção de variáveis para utilização de análise envoltória de dados como ferramenta multicritério: Uma aplicação em educação. *ENEGEP* 2001.
- MELLO, J.C.C.B.S.; GOMES, E.G.; NETO, L.B.; LINS, M.P.E.; 2004. Suavização da Fronteira DEA: o Caso BCC Tridimensional. *Investigação Operacional* 24, 89-107.
- MIN, Hokey, ZHOU, Gengui, 2002. Supply chain modeling: past, present and future. *Computers & Industrial Engineering*, Vol 43, 231-249.
- OH, Hong C., KARIMI, I. A., SRINIVASAN, R., 2008. Supply chain management in the chemical industry: trends, issues, and research interests. *International Series in Operations Research & Management Science*, Vol 119, 45-67.
- PASTOR, J.T.; RUIZ, J.L.; SIRVENT, I.; 1998. An enhanced DEA Russell graph efficiency measure. *European Journal of Operational Research* 115, 596-607.
- PORRAS, E., DEKKER, R., 2008. An inventory control system for spare parts at a refinery: An empirical comparison of different re-order point methods. *European Journal of Operational Research* 184, 101-132.
- PSALTIS, Dimitrios; Spring 2012. *Phys 422 Theoretical Mechanics II*. The University of Arizona (<http://ice.as.arizona.edu/~dpsaltis/Phys422> acessado em 07/08/2013).
- RUSSAK, I.B.; 2002. *Calculus of Variations: MA 4311 Lecture Notes*. Department of Mathematics, Naval Postgraduate School.

- SARIMVEIS, H., PATRINOS, P., TARANTILIS, C.D., KIRANOUDIS, C.T., 2008. Dynamic modeling and control of supply chain systems: a review. *Computers & Operations Research*, Vol 35, 3530-3561.
- SENRA, L.F.A.C.; NANCI, L.C.; MELLO, J.C.C.B.S; MEZA, L.A.; 2007. Estudo Sobre Métodos de Seleção de Variáveis em DEA. *Pesquisa Operacional*, v.27, 191-207.
- SHAPIRO, Jeremy F., 2009. *Modeling the supply chain*. Cengage Learning.
- STRANG, Gilbert; Spring 2006. 18.086 *Mathematical Methods for Engineers II*. Massachusetts Institute of Technology: MIT OpenCourseWare (<http://ocw.mit.edu> acessado em 07/08/2013).
- WANKE, P. 2005. Gestão de Estoques de Peças de Reposição de Baixo Giro. *Artigos CEL*.
- WANKE, P., SALIBY, E., 2009. Consolidation effects: Whether and how inventories should be pooled. *Transportation Research, Part E* 45, 678-692.
- WONG, H., HOUTUM, G.J., CATTRYSSE, D., OUDHEUSDEN, D.V., 2005. Multi-item spare parts systems with lateral transshipments and waiting time constraints. *European Journal of Operational Research* 171, 1071-1093.
- WONG, H., OUDHEUSDEN, D.V., CATTRYSE, D., 2007. Cost allocation in spare parts inventory pooling. *Transportation Research, Part E* 43, 370-386.